

Abdullah. Nasser

Beni Suef secondary

دعوه حلوه منك تفرق

 معایا گتییییر

الرياضيات البحتة

المراجعة المستمرة

2022



التفاضل و التكامل

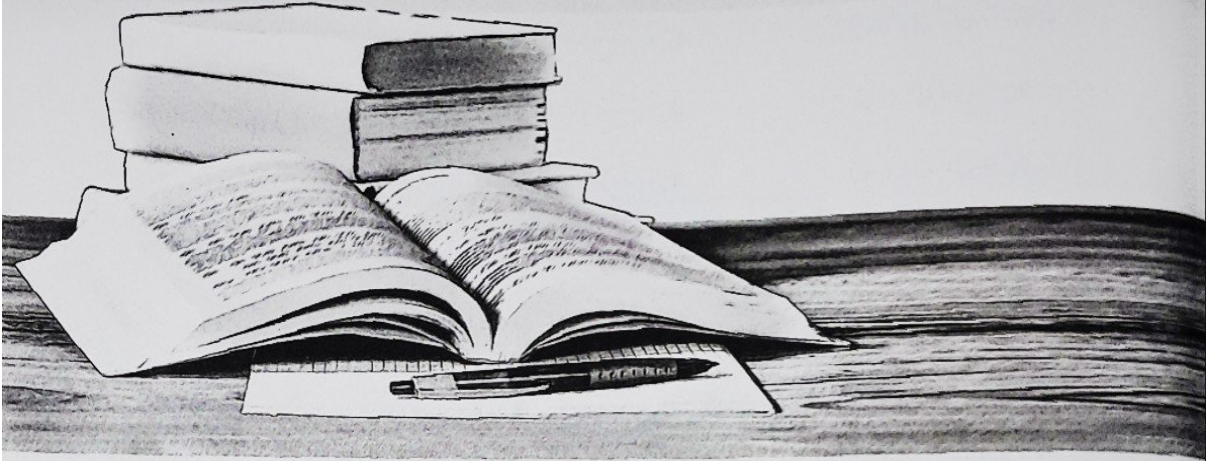
المحاضر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

3

ثانوى

محتويات الكتاب



أولاً

المراجعة المستمرة.

- ملخص نظري لكل وحدة.
- اختبار على كل وحدة.
- اختبار تراكمي يشمل الوحدة وما قبلها.

ثانياً

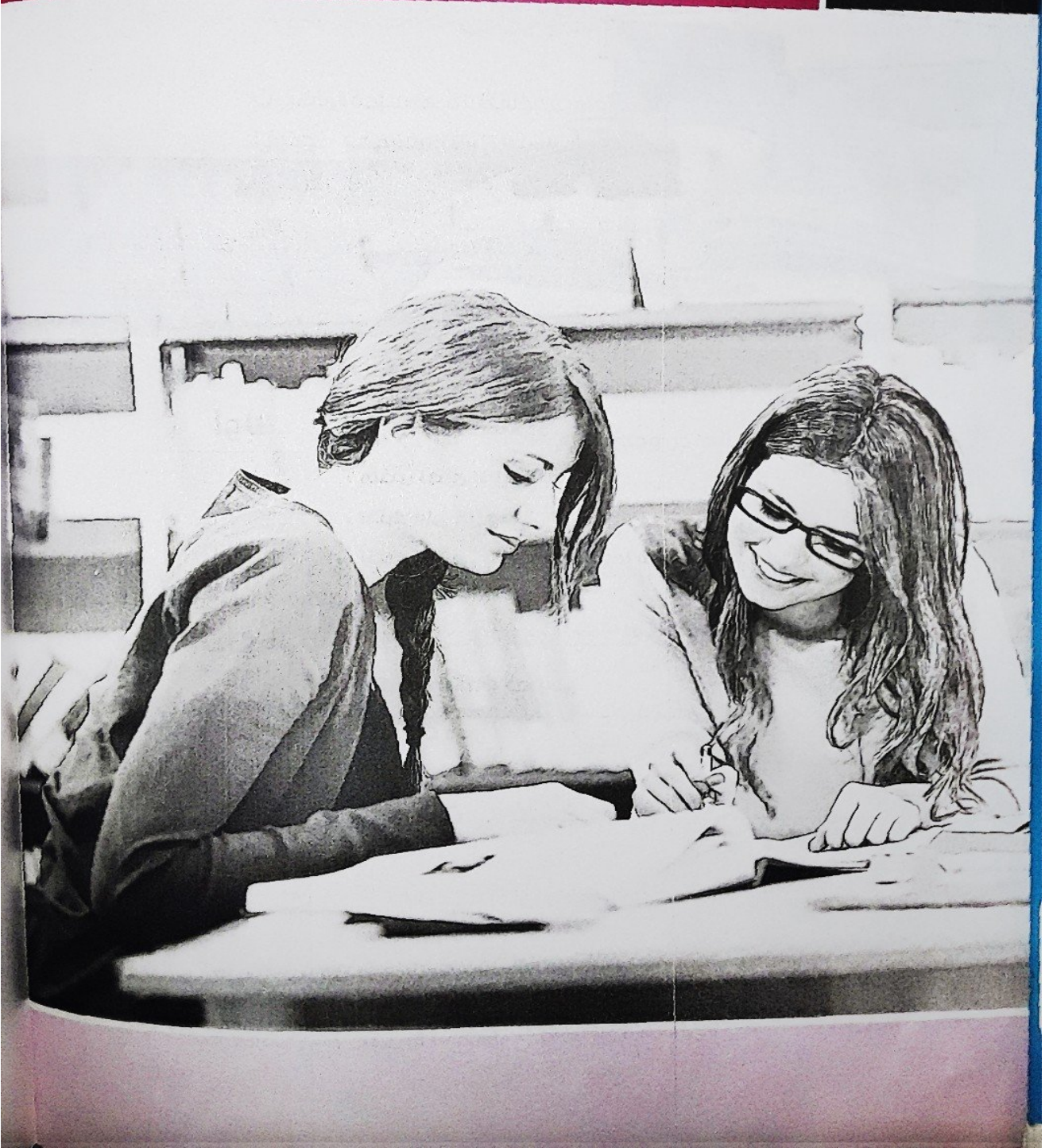
الامتحانات النهائية

- اختبارات الكتاب المدرسي.
- امتحانات مصر.

الإجابات

المراجعة المستمرة

أولاً



ملخص الوحدة الأولى

الاشتقاق وتطبيقاته

تذكر الاشتقاق الدوال المثلثية :

- ① إذا كان : $y = \sin x$ فإن : $\frac{dy}{dx} = \cos x$
- ② إذا كان : $y = \cos x$ فإن : $\frac{dy}{dx} = -\sin x$
- ③ إذا كان : $y = \tan x$ فإن : $\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$
- ④ إذا كان : $y = \cot x$ فإن : $\frac{dy}{dx} = -\csc^2 x$
- ⑤ إذا كان : $y = \sec x$ فإن : $\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$
- ⑥ إذا كان : $y = \csc x$ فإن : $\frac{dy}{dx} = -\csc x \cot x$

تذكر الاشتقاق الضمني والبارامترى :

★ الاشتقاق الضمني : اشتقاق علاقة بين متغيرين (أو أكثر) بالنسبة لأحدهما دون الحاجة إلى فصل المتغيرين.

مع ملاحظة أن : $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ بينما $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$

★ الاشتقاق البارامترى : إذا كانت : $y = f(t)$ ، $x = g(t)$ معادلتهما منحني على الصورة البارامترية

فإن : $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$

تذكر المشتقات العليا للدالة :

★ المشتقات بدءاً من المشتقة الثانية للدالة تسمى بالمشتقات العليا وتكتب المشتقة من الرتبة n بالصورة

$y^{(n)} = \frac{d^n y}{dx^n}$ حيث n عدد صحيح موجب.

لاحظ أن :

بينما $1 \neq \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dy}$ ، $1 = \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dy}$

بينما $\frac{d^2 y}{dx^2} \neq \frac{d^2 x}{dy^2} \times \frac{dy}{dx}$ ، $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 x}{dy^2} \times \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \frac{d^2 y}{dx^2} \times \frac{dx}{dy}$

• $\left[\frac{dy}{dx}\right] \frac{d}{dx} = \frac{d}{dy} \times$ الأول \times مشتقة الثاني + الثاني \times مشتقة الأول = $\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{d}{dy} \left(\frac{dx}{dy}\right)$

• معدل تغير ميل المماس للمنحنى $y = f(x)$ يساوي $\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$

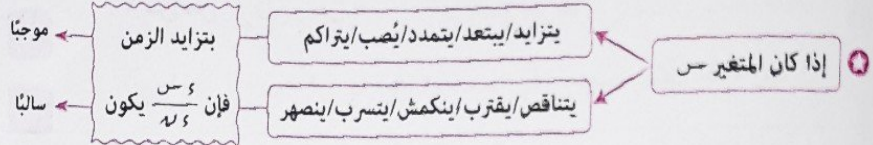
• إذا كانت : $y = f(x)$ ، $x = g(y)$ فإن : $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$ ، $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{\frac{d^2 x}{dy^2}}{\left(\frac{dx}{dy}\right)^3}$

تذكر المعدلات الزمنية المرتبطة :

★ إذا كان لدينا علاقة بين عدة متغيرات s ، v ، x فإن اشتقاق هذه العلاقة بالنسبة للزمن (t) يعطى

$$\text{علاقة بين المعدلات الزمنية لهذه المتغيرات : } \frac{ds}{dt}, \frac{dv}{dt}, \frac{dx}{dt}$$

★ إذا كانت : s هي قيمة المتغير s عند ($t=0$) ، s قيمة المتغير عند زمن (t) فإن : $s = s_0 + \frac{ds}{dt} \times t$



★ إذا كان قياس زاوية s بالتقدير الدائري فإن :

$$① \frac{ds}{dt} \times (\text{م}^{\circ}) = \frac{ds}{dt} \times \frac{\pi}{180}$$

$$② \frac{ds}{dt} \times (-\text{م}^{\circ}) = \frac{ds}{dt} \times \frac{\pi}{180}$$

$$③ \frac{ds}{dt} \times (\text{ر}^{\circ}) = \frac{ds}{dt} \times \frac{\pi}{180}$$

★ حجم الجزء المحصور بين كرتين متحدتي المركز طولاً نصفى قطريهما $نق_1$ ، $نق_2$ يساوى $\frac{\pi}{4} (نق_1^2 - نق_2^2)$

★ إذا كانت : $ل = s \times v \times x$ (ثلاث متغيرات) فإن : $\frac{ل}{s} = \frac{ل}{s} \times \frac{v}{v} + \frac{ل}{v} \times \frac{s}{s} + \frac{ل}{x} \times \frac{x}{x}$

اختبار على الوحدة الأولى

١ إذا كانت : $s = 1 - r^2$ ، $v = r^2 - 4$ فإن : $\frac{v}{s} = \dots$ عند $r = 1$

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) ٩

٢ إذا كان : $s = 2 + v$ ، $v = 2 - s$ فإن : $v = \dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ١ -

٣ إذا كانت : $v = \left(\frac{\pi}{6}\right) e$ ، $e = 3 - s$ فإن : $\frac{v}{s} = \dots$ عند $s = 1$

(أ) $\frac{\pi}{3} -$ (ب) $\frac{\pi}{36}$ (ج) $\frac{\pi}{6} -$ (د) $\frac{\pi}{4} -$

٤ قياس الزاوية التي يصنعها المماس للمنحنى : ما $s = 2$ $v =$ ط v مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند النقطة $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ الواقعة عليه تساوى

(أ) صفر (ب) 135° (ج) 45° (د) $26^\circ 24'$

٥ معادلة المماس للمنحنى : $s = \pi$ ، $v = \pi$ عند $\theta = \frac{\pi}{4}$ هي

(أ) $\sqrt{2} = s + v$ (ب) $\sqrt{2} = \frac{v - s}{1 - s}$ (ج) $2 = \frac{v - s}{1 - s}$ (د) $s - \sqrt{2} = 1 + v$

٦ معدل تغير $\sqrt{s^2 + 16}$ بالنسبة إلى $\frac{v}{s}$ عندما $s = 2$ هو

(أ) $2, 4 -$ (ب) $2, 4$ (ج) $3, 7$ (د) $1, 75$

٧ مثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه يساوى ٦ سم وقياس الزاوية بينهما تساوى (س) فإذا تغيرت س بمعدل $\left(\frac{\pi}{9}\right)$ في الدقيقة فإن معدل تغير مساحة المثلث عند $s = 30^\circ$ هو سم²/د

(أ) $\pi \frac{\sqrt{2}}{10}$ (ب) $\frac{\pi}{10}$ (ج) $3\sqrt{2} 9$ (د) ٩

٨ معدل تغير ميل المماس للدالة $d : (s) = 2 - s^2$ عند $s = 2$ يساوى

(أ) ٣٦ (ب) ٥٤ (ج) ٦ (د) ١٢

٩ إذا كانت د (س) = ط س فإن د' ($\frac{\pi}{4}$) تساوى

- ١) $\frac{4-}{9}$ ٢) $\frac{4}{9}$ ٣) ٤ ٤) $\frac{9}{2}$

١٠ ميل المماس للمنحنى : س ص = ٣ عند النقطة (٢ ، ١) يساوى

- ١) ٦- ٢) ٣- ٣) $\frac{1-}{6}$ ٤) $\frac{1}{3}$

١١ معادلة المماس للمنحنى : ص = $\sqrt{3-}$

إذا كان هذا المماس عمودياً على المستقيم : ٦ س + ٣ ص - ٤ = ٠ هى

- ١) $\frac{ص-}{٤-} = \frac{١-}{٤-}$ ٢) $\frac{ص-}{٤-} = ٢$ ٣) $٢ = ٢ - س - ص$ ٤) $٢ = ص - س$

١٢ تتحرك نقطة ٢ (س ، ص) على المنحنى : ص = س + ١ بحيث يزداد إحداثيها السيني بمعدل ٤ وحدات طول/ث

فإذا كانت ف هى المسافة بين النقطة ٢ والنقطة ١ (٠ ، ١) فإن معدل التغير فى ف عندما س = ٣

هو وحدة طول/ث.

- ١) $\frac{١. \sqrt{38}}{٥}$ ٢) $\frac{\sqrt{25}}{٧}$ ٣) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ ٤) $\frac{٥\sqrt{22}}{3}$

١٣ إذا كانت معادلة العمودى على المنحنى : ص = د (س) عند النقطة (١ ، ١) هى ٤ ص = ٥

فإن د' (١) =

- ١) ٣- ٢) $\frac{1}{4}$ ٣) ٤ ٤) ٤-

١٤ إذا كان : س = ٢ فأ' = θ ، ص = ٢ فأ' = θ فإن : $\frac{ص'}{س'} =$

- ١) $\frac{\theta \text{ فأ' } ٢}{٤}$ ٢) $\frac{\theta \text{ فأ' } ٢}{٤}$ ٣) $\frac{\theta \text{ فأ' } ٢}{٤}$ ٤) $\frac{\theta \text{ فأ' } ٢}{٤}$

١٥ إذا كان : (١ + س) ص = س' فإن : (١ + س) $\frac{ص'}{س'} + ٢ = \frac{ص'}{س'}$

- ١) ٢- ٢) ٥ ٣) ٢ ٤) ٢

١٦ إذا كان المماس للمنحنى : ص = س - ٢ - ٢ س عند النقطة ٢ = (١ ، ٠) يمس المنحنى عند نقطة

أخرى ب فإن ب =

- ١) (٠ ، ٢-) ٢) (٢- ، ١) ٣) (٠ ، ١) ٤) (١ ، ٢-)

١٧ إذا كان : ٤ ص = ٣ س' فإن : ٢ ص $\frac{ص'}{س'} + \frac{٢ ص'}{س'} = \left(\frac{ص'}{س'} \right)$

- ١) ١ ٢) ٢ ٣) ١- ٤) ٢-

١٨ صفیحة رقیقة من المعدن على شكل مثلث تتمدد بانتظام بحيث یظل طول قاعدتها مساویاً ثلاثة أمثال ارتفاعها. إذا كان معدل زیادة مساحة الصفیحة ٠,٢٧ سم^٢/ث فإن معدل تغییر ارتفاعها عند اللحظة التي يكون فيها ارتفاع الصفیحة ٩ سم، هو.....

١ سم/ث. (ب) $\frac{1}{3}$ سم/ث. (ج) ٠,١ سم/ث. (د) ٠,١ سم/ث.

١٩ إذا كانت: $\sqrt{2} = \sqrt{(س)}$ وكان: $\sqrt{2} = (٢)$ ، $٩ = (٢)$ ، فإن: $\frac{س}{س} = \frac{س}{س}$ عندما $س = ٢$

تساوی..... (ب) $\frac{2}{9}$ (ج) $\frac{1}{6}$ (د) $\frac{2}{3}$ (أ) $\frac{4}{3}$

٢٠ إذا كانت: $س = ٩$ ما $س + س$ ما $س$ فإن: $\frac{س^2}{س} = \frac{س^2}{س}$

(أ) $س^2$ ص (ب) $س - س^2$ ص (ج) $س$ ص (د) $س - س$ ص

٢١ إذا كان: $س = ١$ فإن: $\frac{س^2}{س} \times \frac{س^2}{س} = \frac{س^2}{س}$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٤ (د) ٨

٢٢ إذا كانت: $س = س^٢$ فإن: $\frac{س^٢}{س} = \frac{س^٢}{س}$ حيث $س < س^٢$

(أ) صفر (ب) $س^٢ - س$ (ج) $س^٢$ (د) $س$

٢٣ إذا كانت: $د = (س)$ = $\left. \begin{array}{l} س^٢ \text{ عندما } س \geq ٢ \\ س^٤ \text{ عندما } س < ٢ \end{array} \right\}$ فإن: $د = (٢)$

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ١ (د) غير موجودة

٢٤ إذا كانت $س \in \mathbb{R}$ وكان: $د = (س)$ ، $س = (س)$ ، فإن: $د = (٧)$

(أ) ٧ (ب) ١ (ج) صفر (د) ١

٢٥ إذا كان: $د = (س)$ ما $د = (س)$ فإن: $د = (\frac{\pi}{4})$

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٢ ما (د) ٤ ما

ملخص الوحدة الثانية

تفاضل وتكامل الدوال الأسية واللوغاريتمية

تذكر العدد النيبيري (هـ) :

$$\begin{aligned} \bullet \text{ هـ} &= 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \\ \bullet \text{ هـ} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \end{aligned}$$

لاحظ أن : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1} = \text{هـ}$ ، $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n-1} = \text{هـ}$ ، $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = \text{هـ}$

تذكر نهايات الدوال الأسية واللوغاريتمية :

① $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ الدالة الأسية.

② $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ الدالة اللوغاريتمية.

لاحظ أن : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = \infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$

تذكر اشتقاق الدوال الأسية واللوغاريتمية :

① $\frac{d}{dx} e^x = e^x$ ، $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$ ، $\frac{d}{dx} e^{ax} = a e^{ax}$ ، $\frac{d}{dx} \ln(ax) = \frac{1}{x}$ الدالة الأسية.

وبصفة عامة : $\frac{d}{dx} e^{u(x)} = e^{u(x)} \cdot u'(x)$ ، $\frac{d}{dx} \ln u(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$ ، $\frac{d}{dx} e^{ax+b} = a e^{ax+b}$ ، $\frac{d}{dx} \ln(ax+b) = \frac{1}{x}$

② $\frac{d}{dx} \frac{e^x}{x} = \frac{e^x(1-x)}{x^2}$ ، $\frac{d}{dx} \frac{\ln x}{x} = \frac{1-x}{x^2}$ ، $\frac{d}{dx} \frac{e^x}{x^2} = \frac{e^x(2-x)}{x^3}$ ، $\frac{d}{dx} \frac{\ln x}{x^2} = \frac{1-2\ln x}{x^3}$ الدالة اللوغاريتمية.

وبصفة عامة : $\frac{d}{dx} \frac{e^x}{x^n} = \frac{e^x(1-nx)}{x^{n+1}}$ ، $\frac{d}{dx} \frac{\ln x}{x^n} = \frac{1-n\ln x}{x^{n+1}}$ ، $\frac{d}{dx} \frac{e^{ax}}{x^n} = \frac{e^{ax}(a-nx)}{x^{n+1}}$ ، $\frac{d}{dx} \frac{\ln(ax)}{x^n} = \frac{1-n\ln(ax)}{x^{n+1}}$

اختبار على الوحدة الثانية

١ نهيا $\frac{1}{s} + 1$ تساوي
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) هـ (د) هـ^٢

٢ إذا كان د (س) = هـ^٢ فإن د' (س) =
 (أ) هـ^٢ (ب) ٢ هـ^٢ (ج) ٩ هـ^٢ (د) ٣ هـ^٢

٣ $\left[(3s^2 + \frac{0}{s}) \right]' = \dots\dots\dots$
 (أ) ٦ س - $\frac{5}{s^2}$ + ث (ب) ٣ س^٢ + هـ لوم اس + ث
 (ج) ٣ س^٢ - هـ لوم اس + ث (د) ٣ س^٢ + هـ لوم اس + ث

٤ $\left[\frac{2 \text{ طا س}}{1 - \text{طا س}} \right]' = \dots\dots\dots + \text{ث}$
 (أ) $\frac{1}{s^2}$ طا س (ب) ٢ ق^٢ س
 (ج) - لوم اس (د) $\frac{1}{s^2}$ - لوم اس

٥ إذا كان : هـ س ص = س^٢ + ص فإن : (س هـ س ص - ١) ص =
 (أ) س^٢ - ص هـ س ص (ب) س^٢ + ص - ٢ س
 (ج) ٢ س - ص هـ س ص (د) س ص - هـ س ص

٦ نهيا $\frac{1 - \text{هـ س}}{s} = \dots\dots\dots$
 (أ) ١ - (ب) صفر (ج) ١ (د) هـ

٧ $\left[\frac{\text{هـ س}}{s + 1} \right]' = \dots\dots\dots$
 (أ) لو (١ + هـ س) + ث (ب) لوم $\frac{1}{s+1}$ + ث
 (ج) لوم (١ + هـ س) + ث (د) لو $\frac{1}{s+1}$ + ث

٨ إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة د عن أي نقطة عليه (س ، ص) يساوي ٧ - ٢ هـ س وكان د (لوم^٢) = ٣ فإن : د (س) =
 (أ) ٧ س - ٢ هـ س (ب) ٧ س - ٢ هـ س
 (ج) ٧ س - $\frac{2 \text{ هـ س}}{\text{لوم}^2}$ (د) ٧ س - ٢ هـ س + ٧ لوم^٢

معادلة المماس للمنحنى : ص = لوم (2 - 2√2 مئاس) عند النقطة التي تقع عليه وإحداثياتها السينية $\frac{\pi}{4}$

هي
 (أ) ص - ص - ص = $\frac{\pi}{4}$
 (ب) ص + ص = $\frac{\pi}{4}$
 (ج) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2 - 2\sqrt{2} مئاس}$
 (د) ص + لوم (2 - 2√2 مئاس) = $\frac{\pi}{4}$

نهاية
 (أ) 2
 (ب) 1
 (ج) لوم
 (د) 2 -

نهاية
 (أ) 1
 (ب) 10
 (ج) صفر
 (د) 10 لوم

معدل تغير هـ² بالنسبة إلى لوم ص يساوي
 (أ) 3 ص² هـ² + 2 ص²
 (ب) هـ²
 (ج) 2 ص² هـ²
 (د) 2 ص² هـ²

[3 ص² هـ² + 1 ص = + ث
 (أ) هـ² + 1
 (ب) 3 ص² هـ² + 1
 (ج) $\frac{1}{4}$ هـ² + 1
 (د) 2 هـ² + 1

إذا كان : هـ = لوم ص ، ص = هـ² فإن : $\frac{ص}{هـ} = \frac{ص}{هـ}$
 (أ) هـ²
 (ب) هـ
 (ج) 1
 (د) صفر

نهاية
 (أ) هـ²
 (ب) هـ²
 (ج) 1
 (د) هـ

[1 ص لوم ص =
 (أ) لوم | لوم ص + 1 + ث
 (ب) لوم | لوم ص + 3 + ث
 (ج) لوم 2 | لوم ص + 1 + ث
 (د) $\frac{1}{4}$ لوم | لوم ص + 1 + ث

إذا كان : ص = (مئاس) ص فإن : $\frac{ص}{ص} = \frac{ص}{ص}$
 (أ) ص (لوم مئاس + ص طئاس)
 (ب) مئاس × لوم مئاس
 (ج) ص (مئاس) ص¹ - (مئاس) لوم مئاس
 (د) ص (مئاس) ص¹ - مئاس

١٨ إذا كان : س = ٦ لوم ، ص = ٢ فيان : $\frac{ص}{س} = \frac{٢}{٦}$
 (أ) $\frac{١}{٣}$ لوم (ب) $\frac{١}{٦}$ لوم (ج) $\frac{١}{٩}$ لوم (د) $\frac{٢}{٩}$ لوم

١٩ إذا كان : نهيا $\frac{لوم (١ + ٢ س)}{س} = ١ -$ فيان : $٢ + س =$
 (أ) ١ - (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

٢٠ إذا كان : $\frac{٢ س + ٢ س + ١ س}{١ س - ٢ س} = ١ + س$
 (أ) لوم ١ + ٢ س + ٢ س + ١ (ب) لوم ١ + ٢ س - ٢ س + ١
 (ج) لوم ١ - ٢ س + ١ (د) لوم ١ + ٢ س + ١

٢١ إذا كان : س × ص = ٧٢٩ فيان : $\frac{ص}{س} =$ عند النقطة (٣ ، ٣)
 (أ) ١ - (ب) صفر (ج) ١ (د) ٤

٢٢ إذا كان : $\frac{١}{٣ + س} = ٤ س$ لوم ٢ + ٣ + ١ + ث فيان : ٤ =
 (أ) $\frac{١}{٣} -$ (ب) $\frac{١}{٤} -$ (ج) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٢٣ إذا كان : $\frac{ص}{س} = \frac{١ + س}{٢ + س}$ لوم ١ + ث فيان : د (س) يمكن أن تكون
 (أ) $\frac{١}{س}$ (ب) $٢ س$ (ج) $٢ + س$ (د) $٢ - س$

٢٤ إذا كانت : نهيا $\frac{٦ س - ٤ س}{س} = \frac{٢}{٤}$ لوم فيان : ٤ =
 (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٢

٢٥ إذا كانت : د (س) = ٢ - ٣ لوم ٧ س وكان : د (٢) = $\frac{٥}{٣}$ فيان : ٤ =
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) ٧

اختبار تراكمي على الوجدتين الأولى والثانية

١ تتحرك نقطة على المنحنى : ص = ٢ - ٢٥ - ٢س بحيث $\frac{1}{2 + س} = \frac{س}{٢٥}$

- فإن : $\frac{س}{٢٥}$ عند النقطة (٤ ، ٣-) تساوى
 (أ) $\frac{1}{٤} -$ (ب) $\frac{1}{٤}$ (ج) $\frac{1}{٩}$ (د) ٩

٢ إذا كان ميل المماس للمنحنى ص = د (س) عند نقطة ما يساوى $\frac{1}{٣}$ وكان الإحداثى السينى لهذه النقطة يتناقص بمعدل ٣ وحدات/ث فإن معدل تغير إحداثيها الصادى يساوى وحدة/ث.
 (أ) $\frac{1}{٣} -$ (ب) $\frac{٢}{٣} -$ (ج) $\frac{1}{٦}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

٣ إذا كان : ص = ٤ - ٢س فإن : ص $(\frac{\pi}{٤})$ تساوى
 (أ) ٨- (ب) صفر (ج) $٢\sqrt{٤}$ (د) ١٦

٤ لو $\frac{س}{٢} = س$
 (أ) $\frac{س}{٢} + ث$ (ب) $\frac{1}{س} + ث$ (ج) ٢س + ث (د) لوم |س| + ث

٥ إذا كان للمنحنى : ص = ٢ - ٢س + ٢س - ٤ + س + ٥ مماسان متوازيان أحدهما يمس المنحنى عند النقطة (١- ، ٢) فإن معادلة الآخر هى
 (أ) $٦س + ٦ + س + ٤$ (ب) ص = ٤ - س - ٥
 (ج) $٤س - ص + ٥ = ٠$ (د) $-س + ٤ + ص - ٥ = ٠$

٦ منحنى ميل المماس له عند أى نقطة عليه (س ، ص) يساوى $\frac{٢ + س}{س}$ فإن معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطة (٥ ، ٢) هى
 (أ) ص = ٢ - ٢س + ٢ لوم س + ٣
 (ب) ص = ٢ - ٢س + ٢ لوم |س| + ٢
 (ج) ص = ٢ - ٢س + ٢ لوم |س| + ٣
 (د) ص = ٢ - ٢س + ٢ لوم س + ٥

٧ إذا كان : س = $\frac{٢}{٢ + س}$ ، ص = $\frac{1 + س}{س}$ فإن : $\frac{س}{٢} = \frac{٢}{س}$
 (أ) $\frac{٢}{س}$ (ب) ٢ - ٢س (ج) ٢ - س (د) صفر

٨ نهيا $(\frac{س}{٢} + ١)$ =
 (أ) صفر (ب) $\frac{1}{٢}$ (ج) $\frac{1}{٢}$ (د) هـ

٩ إذا كان : $\text{ماس} = \text{س} \text{ ص}$ فإن : $\text{س}^2 (\text{ص} + \text{ص}) + 2 \text{ ماس} = \dots\dots\dots$

- ١) ٤ ص (ب) ٥ س^2 (ج) ٢ ص (د) ٢ ص

١٠ نهيا $\frac{\text{لوم} - \text{س}}{\text{س} - \text{ه}} = \dots\dots\dots$

- ١) ١ (ب) هـ (ج) - هـ (د) $\frac{1}{\text{ه}}$

١١ قياس الزاوية التى يصنعها المماس للمنحنى ص = لوم $\left(\frac{\text{ه}^2}{\text{س}^2 + 2}\right)$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند $\text{س} = 1$ يساوى

- ١) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

١٢ $\left[\frac{\text{س}}{1 + \text{س}^2} \right] \text{ و } \text{س} = \dots\dots\dots$

- ١) $\frac{1}{4}$ لوم $(\text{س}^2 + 1) + \text{ث}$ (ب) ٢ لوم $(\text{س}^2 + 1) + \text{ث}$ (ج) $\frac{1}{4} \text{ س}^2 + \text{لوم} \text{ س} + \text{ث}$ (د) لوم $(\text{س}^2 + 1) + \text{ث}$

١٣ إذا كانت : ص = هـ $\text{س}^2 + \text{س}^2$ فإن : $2 - \frac{\text{ص}^2}{\text{س}^2} = \dots\dots\dots$

- ١) ص - س^2 (ب) ٩ هـ $\text{س}^2 + 2$ (ج) ٩ هـ $\text{س}^2 - 2$ (د) ٩ (ص - س^2)

١٤ $\left[\frac{(1 + \text{لوم} \text{ س})}{\text{س}} \right] \text{ و } \text{س} = \dots\dots\dots + \text{ث}$

- ١) $\frac{(1 + \text{لوم} \text{ س})^2}{3}$ (ب) $\frac{(1 + \text{لوم} \text{ س})^2}{\text{س}}$ (ج) $1 + \text{لوم} \text{ س}$ (د) $\frac{1}{3} (1 + \text{لوم} \text{ س})^2$

١٥ إذا كان : $\text{س} = 2 + \text{ن}$ ، ص = $2 + \text{ن}$ فإن : $\frac{\text{ص}^2}{\text{س}^2}$ عندما $\text{ن} = 2$ هى

- ١) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{2}{8}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{2}{4}$

١٦ وعاء أسطوانى الشكل طول نصف قطر قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ٦٠ سم فإذا كان الوعاء فارغاً وصب فيه

الماء بمعدل ٣٠ π سم^٣/ث فإن معدل ارتفاع الماء فى الوعاء =

- ١) ٣ سم/ث. (ب) ٠,٣ متر/ث. (ج) ٠,٠٠٣ متر/ث. (د) $\frac{1}{3}$ سم/ث

١٧ نهيا $\text{ن} [\text{لوم} (\text{ن} + 1) - \text{لوم} \text{ ن}] = \dots\dots\dots$

- ١) هـ (ب) صفر (ج) ١ (د) لوم هـ

يرتفع بالون رأسياً لأعلى بسرعة ثابتة مقدارها ١٥ م/ث وعندما كان البالون على ارتفاع ٩٠ متراً مرت تحته مباشرة سيارة وواصلت سيرها في خط مستقيم بسرعة ثابتة مقدارها ٢٥ م/ث. فإن المعدل الذي تزداد به المسافة بين السيارة والبالون بعد ثانيتين من مرور السيارة تحت البالون =

- ١٨ (أ) ١٣٠ م/ث. (ب) $\frac{30.5}{13}$ م/ث. (ج) $\frac{45.0}{13}$ م/ث. (د) $\frac{20.5}{13}$ م/ث.

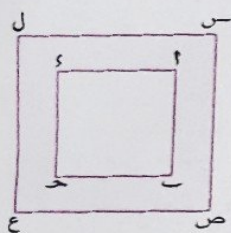
١٩ إذا كان : $v = 3$ فإن : $\frac{v}{v} = \dots\dots\dots$

- (أ) لو $\frac{5}{3}$ (ب) لو $\frac{3}{5}$ (ج) لو $\frac{3}{5}$ (د) لو $\frac{3}{5}$

٢٠ $\frac{6 - 5 - 3}{2 - 5} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$

- (أ) $5 - 2$ (ب) $5 + 2$ (ج) $5 + 1$ (د) $5 - 1$

٢١ في الشكل المقابل :



مربعان طولاهما ٦ سم ، ١٠ سم إذا زاد طول ضلع المربع الأصغر

بمعدل ٢ سم/ث. وزاد طول ضلع المربع الأكبر بمعدل ١ سم/ث.

فإن المساحة بين المربعين خلال الفترة الزمنية [٠ ، ٤]

- (أ) تزايد باستمرار. (ب) تناقص باستمرار. (ج) تزايد ثم تناقص. (د) تناقص ثم تزايد.

٢٢ نهـ $(1 + 3\pi^2) = \dots\dots\dots$

- (أ) هـ (ب) هـ (ج) هـ (د) هـ

٢٣ إذا كان : $v = 3$ ، $v = 5$ ، $v = 7$ فإن : $\frac{v}{v} = \dots\dots\dots$ عند $v = \frac{\pi}{2}$

- (أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (د) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

٢٤ إذا كان : $[\dots\dots\dots] = \frac{1}{4} + \dots\dots\dots$ فإن : $(\dots\dots\dots)$ يمكن أن تكون

- (أ) س (ب) لوس (ج) لومس (د) س

٢٥ ميل المماس للمنحنى : $v = \dots\dots\dots$ عند النقطة (١ ، هـ) يساوى

- (أ) ١ (ب) هـ (ج) هـ (د) هـ

ملخص الوحدة الثالثة

سلوك الدالة ورسم المنحنيات

تذكر

النقط الحرجة للدالة :

الدالة d المتصلة في الفترة $[a, b]$ لها نقطة حرجة $(h, d(h))$ إذا كانت $h \in [a, b]$ ، $d'(h) = 0$ أو $d'(h)$ غير موجودة.

تذكر

تزايد وتناقص الدوال :

لبحث إطراد الدالة :

① نوجد النقط الحرجة للدالة والتي عندها $d'(x) = 0$ أو غير موجودة.

② نحدد الفترات التي ينقسم إليها المجال بالإحداثيات السينية للنقط الحرجة فتكون :

- الدالة d متزايدة في الفترة التي فيها $d'(x) < 0$.
- الدالة d متناقصة في الفترة التي فيها $d'(x) > 0$.

تذكر

القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة :

النقطة الحرجة $(h, d(h))$ للدالة d المتصلة عند $s = h$ في فترة مفتوحة حول h يكون عندها :

• قيمة عظمى محلية للدالة :

إذا تغيرت إشارة $d'(x)$ حول h من موجب إلى سالب

أو إذا كانت $d'(h) > 0$.

• قيمة صغرى محلية للدالة :

إذا تغيرت إشارة $d'(x)$ حول h من سالب إلى موجب

أو إذا كانت $d'(h) < 0$.

لاحظ أن :

① ليس بالضرورة وجود قيمة عظمى أو صغرى محلية عند النقطة الحرجة ويحدث ذلك إذا

لم تتغير إشارة $d'(x)$ حول h

② إذا كانت $d'(h) = 0$ صفر فإن المشتقة الثانية لاتصلح لتحديد نوع النقطة هل عظمى أم صغرى محلية.

③ الدالة كثيرة الحدود من الدرجة n بها $(n-1)$ على الأكثر من القيم العظمى أو الصغرى المحلية.

④ النقط الحرجة التي عندها المشتقة الأولى = صفر أي عندها مماس أفقى يطلق عليها أحياناً نقط التوقف

تذكر

القيم القصوى (العظمى والصغرى المطلقة) لدالة على فترة مغلقة :

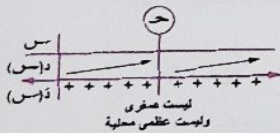
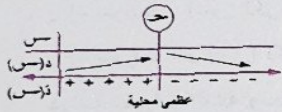
إذا كانت الدالة d معرفة على الفترة $[a, b]$ فإنه لإيجاد أكبر قيمة وأقل قيمة للدالة :

① نعين النقط الحرجة التي عندها $d'(x) = 0$ أو غير موجودة والتي في الفترة $[a, b]$

② نوجد قيمة الدالة عند كل من النقط الحرجة وعند النقط الحدية أي $d(a)$ ، $d(b)$

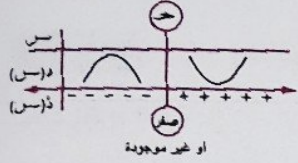
③ نقارن بين القيم السابقة كلها فتكون أكبر هذه القيم هي القيمة العظمى المطلقة في $[a, b]$ ، أصغر هذه القيم هي القيمة

الصغرى المطلقة في $[a, b]$



تذكر التحذب لأعلى والتحذب لأسفل ونقط الانقلاب :

- * المنحنى الذى يقع أسفل جميع مماساته يكون محدباً لأعلى
- * المنحنى الذى يقع أعلى جميع مماساته يكون محدباً لأسفل
- * لتحديد مناطق التحذب لأعلى ومناطق التحذب لأسفل ونقط الانقلاب



- ١) نوجد قيمة $f'(x)$ التى تجعل $f'(x) = 0$ صفر أو غير موجودة.
- ٢) نعين إشارة $f'(x)$ فى الفترة التى ينقسم إليها مجال الدالة بقيم $f'(x)$ السابقة فإذا كانت :
 - $f'(x) > 0$ فإن المنحنى محدب لأعلى فى هذه الفترة.
 - $f'(x) < 0$ فإن المنحنى محدب لأسفل فى هذه الفترة.
- ٣) النقطة (ح، د) التى تفصل بين مناطق التحذب لأعلى ومناطق التحذب لأسفل (أى التى عندها تتغير إشارة $f'(x)$ حول $f'(x) = 0$) تكون نقطة انقلاب للدالة بشرط وجود مماس وحيد للدالة عند هذه النقطة.

تذكر رسم منحنيات الدوال كثيرات الحدود :

- ١) لرسم منحنيات الدوال كثيرات الحدود نتبع الآتى :
نحدد تماثل الدالة فإذا كانت :

- ٢) د (ـ) = د (ـ) لكل س ، - ∃ مجال د فإن المنحنى يمثل دالة زوجية (متماثل حول محور الصادات)
- ٣) د (ـ) = - د (ـ) لكل س ، - ∃ مجال د فإن المنحنى يمثل دالة فردية (متماثل حول نقطة الأصل)
- ٤) دراسة تغيرات الدالة وتحديد فترات التزايد والتناقص ونقط القيم العظمى والصغرى المحلية إن وجدت.
- ٥) تحديد فترات التحذب لأعلى ولأسفل ونقط الانقلاب إن وجدت.
- ٦) إيجاد نقط تقاطع منحنى الدالة مع محورى الإحداثيات إن أمكن ذلك ونقط أخرى مساعدة.
- ٧) إعداد جدول نرتب فيه النقط التى حصلنا عليها سابقاً ونمثلها بيانياً مع الأخذ فى الاعتبار ما يلى :

إشارات $f'(x)$ ، $f''(x)$	خواص منحنى الدالة د	شكل المنحنى
$f'(x) < 0$ ، $f''(x) < 0$	متزايد ، محدب لأسفل	
$f'(x) < 0$ ، $f''(x) > 0$	متزايد ، محدب لأعلى	
$f'(x) > 0$ ، $f''(x) < 0$	متناقص ، محدب لأسفل	
$f'(x) > 0$ ، $f''(x) > 0$	متناقص ، محدب لأعلى	

تذكر التطبيقات على القيم العظمى والصغرى :

لحل مسائل التطبيقات نعبر عن المتغير المراد إيجاد أكبر أو أقل قيمة له كدالة فى متغير واحد وذلك بالاستعانة بمعطيات المسألة ثم نوجد القيم العظمى أو الصغرى لهذه الدالة.

اختبار على الوحدة الثالثة

١ منحنى الدالة d حيث $d = (s) = (s - 2)$ s يكون محدبًا لأسفل في الفترة

- (أ) $]-\infty, \infty[$ (ب) $]-2, 1[$ (ج) $]2, 0[$ (د) $]0, \infty[$

٢ إذا كان لمنحنى الدالة d : $d = (s) = s^2 + 2s + 4$ ، s نقطة انقلاب عند $s = 2$ فإن : $s =$

- (أ) $6-$ (ب) $3-$ (ج) 6 (د) 9

٣ الدالة d حيث $d = (s) = s^2 + 6s + 2$ تكون متزايدة عندما $s \geq$

- (أ) $]-\infty, 6[$ (ب) $]-\infty, 3[$ (ج) $]2, \infty[$ (د) $]2, \infty[$

٤ القيمة العظمى المطلقة للدالة d : $d = (s) = -s^2$ في الفترة $[-2, 2]$ هي

- (أ) (-2) (ب) (0) (ج) (1) (د) (2)

٥ الدالة d حيث : $d = (s) = 8 - 4s - s^2$ فإنه

- (أ) لا يوجد قيم عظمى أو صغرى محلية (ب) يوجد قيمة عظمى محلية هي $d(2)$
(ج) يوجد نقطتين حرجيتين عند $s = 0, 2$ (د) للدالة قيمة صغرى محلية هي $d(1)$

٦ أكبر قيمة للمقدار : $8 - s - s^2$ حيث $s \geq 0$ هي

- (أ) 8 (ب) 16 (ج) 32 (د) 64

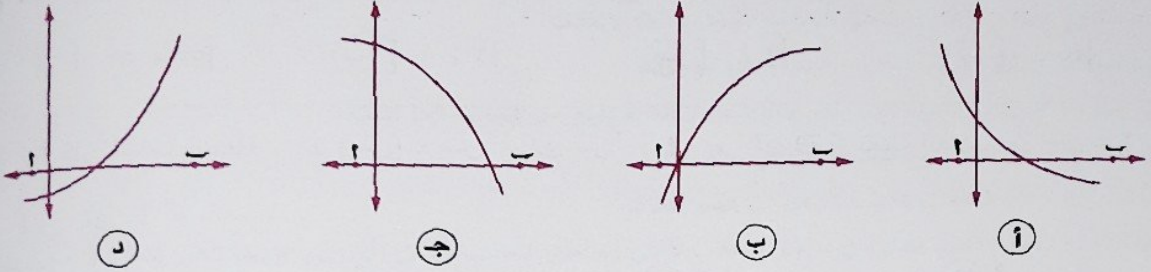
٧ إذا كان للدالة d : $d = (s) = s^2 - 2s + 4$ (حيث s ثابت) نقطة حرجة عند $s = 1$ فإن : $s =$

- (أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) صفر (د) $1-$

٨ إذا كان لمنحنى الدالة d : $d = (s) = s^2 - 4s + 4$ نقطة انقلاب عند $s = \frac{\pi}{3}$ حيث $s \geq 0$ فإن : $s =$

- (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $1-$

٩٩ إذا كانت : $d(s) > 0$ ، $d(s) < 0$ لكل $s \in [a, b]$ فبين أيًا من المنحنيات الموضحة بالأشكال الآتية يمثل منحنى الدالة d فى $[a, b]$ ؟



١٠٠ إذا كان للدالة d حيث : $d(s) = s^3 + 2s^2 + 3s$ نقطة انقلاب عند $(2, 2)$ فإن : $a + b = \dots$

- (أ) ٩ (ب) ٣ (ج) ٢- (د) ٦-

١١١ الدالة d حيث : $d(s) = \text{لوم } (s^3 + 2s^2 + 3s)$ فإنه يوجد

- (أ) قيمة عظمى محلية عند $s = 1-$
(ب) قيمة عظمى محلية عند $s = 1-$ وأخرى صغرى محلية عند $s = .$
(ج) قيمة صغرى محلية = لوم ٢
(د) لا يوجد لها قيم صغرى أو عظمى محلية

١٢٢ إذا كانت : a, b هي القيم القصوى المطلقة للدالة $d : d(s) = \{ s^3 + 2s^2 - 3s, s \geq 2, s^3 - 6s, s < 2 \}$ فى الفترة $[-1, 2]$ فإن : $a + b = \dots$

- (أ) ٦ (ب) $\frac{28}{9}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) ٦,٧٥

١٢٣ للدالة d حيث : $d(s) = 10s - s^2$ فى الفترة $[0, 4]$ يوجد

- (أ) قيمة عظمى مطلقة عند $s = .$
(ب) قيمة صغرى مطلقة عند $s = 4$
(ج) قيمة صغرى مطلقة = $\frac{1}{4}$
(د) قيمة عظمى مطلقة عند $s = 1$

١٤ عند بحث فترات التزايد والتناقص للدالة $d: \left[\frac{1}{e}, e \right] \rightarrow \mathbb{R}$ ، $d(s) = s - \ln s$ فإن :

- (أ) الدالة تزايدية في الفترتين $\left[\frac{1}{e}, 1 \right]$ ، $[1, e]$ ، e
 (ب) الدالة تناقصية في الفترة $[1, e]$ ، e وتزايدية في الفترة $\left[\frac{1}{e}, 1 \right]$ ، 1
 (ج) الدالة تناقصية في الفترة $\left[\frac{1}{e}, 1 \right]$ ، 1 وتزايدية في الفترة $[1, e]$ ، e
 (د) الدالة تناقصية في الفترة $\left[\frac{1}{e}, e \right]$ ، e

١٥ إذا كانت $d: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$ ، $d(s) = s^2 - 3s$ فإن عدد النقاط الحرجة للدالة d يساوي

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

١٦ إذا كانت النقاط $2(9, 0)$ ، $3(4, 0)$ ، النقطة $ح \in \mathbb{R}$ فإن إحداثي $ح$ ليكون $ح$ (د ح ب) أكبر ما يمكن هي

- (أ) $(0, 6)$ (ب) $(0, 5)$ (ج) $(0, 7)$ (د) $(0, 4)$

١٧ عند دراسة فترات التحدب لأعلى وفترات التحدب لأسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) لمنحنى الدالة d حيث $d(s) = (s-1)^2 + 3$ فإن المنحنى

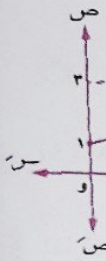
- (أ) محدب لأسفل في $]-\infty, 1[$ ولأعلى في $]1, \infty[$ وليس له نقطة انقلاب.
 (ب) محدب لأسفل في $]-\infty, 1[$ وفي $]1, \infty[$ وله نقطة انقلاب عند $s = 1$
 (ج) محدب لأسفل في $]-\infty, 1[$ ، 1 ، 1 ، ∞ وليس له نقطة انقلاب.
 (د) محدب لأعلى في $]-\infty, 1[$ ولأسفل في $]1, \infty[$ وله نقطة انقلاب عند $s = 1$

أى من الأشكال الآتية هو شكلاً عاماً لمنحنى الدالة d حيث : $v = d$ (س) إذا علمت ما يلي :

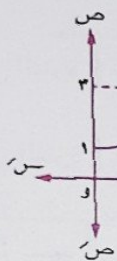
① d متصلة مجالها $[-\infty, 0]$ ، $d(4) = 2$ ، $d(0) = 1$

② $d'(س) < 0$ عندما $س < 0$

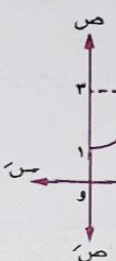
③ $d'(س) < 0$ عندما $س > 4$ ، $d'(4) = 0$ ، $d'(س) > 0$ عندما $س < 4$



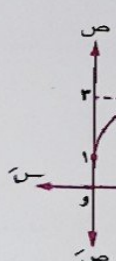
Ⓐ



Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ

الشكل المقابل يمثل منحنى $d'(س)$

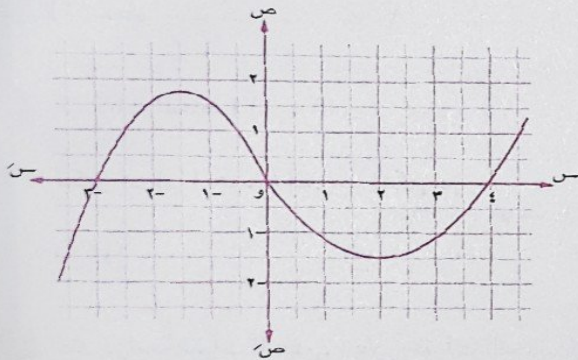
فإن نقط الانقلاب هي عند $س = \dots\dots\dots$

Ⓐ صفر

Ⓑ -2

Ⓒ 4

Ⓓ كل ما سبق.



إذا كان : $d'(س) = (س - 2)(س + 4)$ فإن منحنى الدالة d يكون محدب لأعلى في الفترة $\dots\dots\dots$

Ⓐ $[-\infty, 2]$ Ⓑ $[2, 4]$ Ⓒ $[-4, 2]$ Ⓓ $[-\infty, -4]$

القيمة العظمى المحلية للمنحنى : $ص = ما س (1 + ما س)$ حيث $س \in [0, \frac{\pi}{2}]$ تساوى $\dots\dots\dots$

Ⓐ $3\sqrt{2}$ Ⓑ $2\sqrt{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3}$

قوتان مقداراهما ٤ ، ٤ نيوتن تؤثران في نقطة مادية قياس الزاوية بين اتجاهيهما 60° فإن أقل قيمة

للمحصلة $\dots\dots\dots$ نيوتن.

Ⓐ ١٢ Ⓑ 6 Ⓒ $2\sqrt{2}$ Ⓓ $3\sqrt{2}$

٢٢ قطعة من الورق على شكل قطاع دائري طول نصف قطره ١٢ سم طويت لتشكيل مخروط دائري قائم ارتفاعه ٤ فإن أكبر حجم للمخروط = سم^٣

١) $\pi \frac{128}{3}$

ب) $\pi \frac{28}{3}$

ج) $\pi \frac{168}{3}$

د) $\pi \sqrt[3]{128}$

٢٤ إذا كانت الدالة $f: D \rightarrow R$ حيث $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ليس لها نقطة حرجية فإن f
 ١) $\{2, -2\}$ ٢) $]-2, 2[$ ٣) $\{3, -3\}$ ٤) $]-3, 3[$

٢٥ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة f

فإن كل العبارات الآتية صحيحة

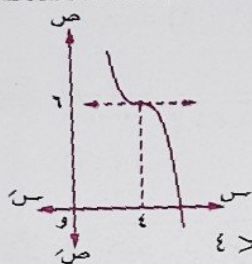
ما عدا

١) $f(4) = 6$

ج) $f'(x) < 0$ لكل $x > 4$

ب) $f(4) = 0$ صفر

د) $f'(x) > 0$ لكل $x > 4$



اختبار تراكمي من الوحدة الأولى حتى الوحدة الثالثة

١ معادلة العمودي للمنحنى : $2 + \text{لوم} = \text{ص} - \text{لوم} = \text{ص} + 2$ عند النقطة التي إحداثياتها

السينى = ١ هي

(ب) $\vec{r} = (1, 1) - (1, 2) = (0, -1)$

(١) $2 + \text{ص} - 2 = 0$

(د) $2 - \text{ص} = 1$

(ج) $\vec{r} = (1, 1) + (1, -2) = (2, -1)$

نهاية = $\frac{1 - 2}{1 - 1 + 1} = 0$

(٥) ٢

(ج) ٢ لوم

(ب) ٢ لوم

(١) ٢ لوم

٢ إذا كانت : د (س) = $8 - 5 - 2$ فإن الدالة تزايدية في الفترة

(د) $[-4, \infty)$

(ج) $[4, \infty)$

(ب) $[0, \infty)$

(١) $[-8, \infty)$

٤ إذا كانت : د (س) = $\sqrt{2 - 5 - 2}$ فإن : د $\left(\frac{\pi}{4}\right) =$

(د) $1 - \sqrt{2}$

(ج) صفر

(ب) ١

(١) $\sqrt{2}$

٥ إذا كانت : ص = لوم $(9 + 2)$ ، ع = $3 + 2$ فإن : $\frac{\text{ص}}{\text{ع}} =$

(د) $\frac{1}{2(3 + 9)}$

(ج) $\frac{3 - 2}{2(3 + 9)}$

(ب) $\frac{1}{2(3 + 9)}$

(١) $\frac{1}{3 + 9}$

٦ $\frac{\text{لوم}}{2 + \text{ص}} = \text{س} + \dots$

(د) $2 + 2 \text{ ص} - 2 \text{ لوم}$

(ج) $\frac{1}{4} \text{ ص} - 2 \text{ لوم}$

(ب) $\frac{1}{4} \text{ لوم}$

(١) 2 لوم

٧ سلم ثابت الطول ينزلق طرفه العلوي على حائط رأسى بمعدل ٤ وحدة طول/ث فإن معدل ابتعاد طرفه السفلى عن الحائط عندما يميل السلم على الرأسى بزاوية θ حيث $\frac{5}{4} = \theta$ هو وحدة طول/ث.

(د) $\frac{2}{4}$ ٢

(ج) $1 - 2$ ٢

(ب) $\frac{1}{4}$ ٢

(١) $\frac{1}{4}$ ٢

٨ إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة د عند أى نقطة عليه يساوى $\frac{1}{2 - \text{ص}}$ وكان المنحنى يمر بالنقطة $(0, 3)$ فإن : د $(2 + 2)$ تساوى

(د) لوم ٢

(ج) لوم ٢

(ب) ٢

(١) ٢

$$1. \dots\dots\dots = \frac{2s + s^2}{\sqrt{s^2}}$$

- ١٠
- ١ أ $\sqrt{s^2} + 2$ ب $2\sqrt{s^2} + 2$ ج $2\sqrt{s^2}$ د $2\sqrt{s^2} + 2$

١١ إذا كانت الدالة $d = (s - 4)^2$ فإن منحنى d يكون

- أ محذب لأعلى في $[-\infty, 4]$ ، وليس له نقطة انقلاب.
 ب محذب لأعلى على \mathbb{R}
 ج محذب لأعلى في $[-\infty, 4]$ ، وله نقطة انقلاب عند $s = 4$
 د محذب لأسفل في $[-\infty, 4]$ ، وليس له نقطة انقلاب.

١٢ مستطيل يقع أحد أضلاعه على محور السينات ، ويقع الرأسان العلويان للمستطيل على المنحنى :

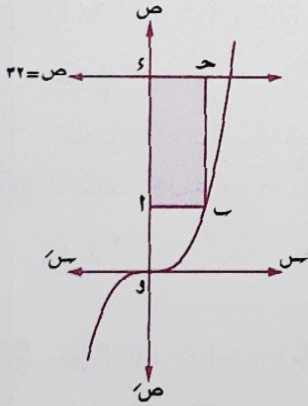
ص $= 4 - s^2$ فإن بعدى المستطيل حتى تكون مساحته أكبر ما يمكن هما وحدة طول.

- ١ أ $\frac{2}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ب $\frac{4}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$ ج $\frac{2}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}$ د $\frac{4}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$

١٣ في الشكل المقابل :

$d = (s - 2)^2$ فإن أكبر مساحة للمستطيل أ ب ح د

تساوى وحدة مساحة.



- ١ أ ٢
 ب ٨
 ج ٤٨
 د ٢٤

١٤ إذا زاد طول نصف قطر الدائرة بمعدل $\frac{1}{\pi}$ سم/ث فإن محيط الدائرة يزداد بمعدل سم/ث

- ١ أ $\frac{2}{\pi}$ ب ٢ ج π د 2π

$$15 \dots\dots\dots = \frac{1 - s^2}{s^2}$$

- ١ أ $2\sqrt{2}$ ب $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ج $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ د $2\sqrt{2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{لوم } 3 \text{ س}^2 \text{ و } 3 \text{ س}^2 = \dots \end{array} \right.$$

$$\text{ب) } 3 \text{ لوم } 3 \text{ س}^2 + \dots$$

$$\text{أ) } 3 \text{ لوم } 3 \text{ س}^2 + \dots$$

$$\text{د) } 3 \text{ لوم } 3 \text{ س}^2 + \dots$$

$$\text{ج) } 3 \text{ لوم } 3 \text{ س}^2 + \dots$$

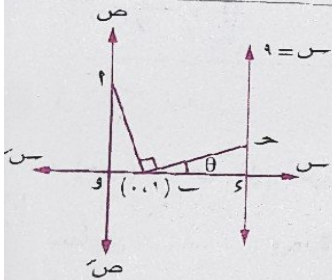
إذا كانت : $ص = د$ (س) تمثل منحنى لدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة وكان :
 $د$ (س) $>$ صفر عندما $س > -\frac{2}{3}$ ، $د$ (س) $<$ صفر عندما $س < -\frac{2}{3}$ ويمر منحنى الدالة بالنقطة
 $(6, 1)$ وتوجد نقطة حرجة عند $(-1, 2)$ فإن معادلة المنحنى هي

$$\text{أ) } د (س) = 3 \text{ س}^3 + 3 \text{ س}^2 + 1$$

$$\text{ب) } د (س) = 3 \text{ س}^3 + 3 \text{ س}^2 + 2$$

$$\text{ج) } د (س) = 3 \text{ س}^3 + 3 \text{ س}^2 + 4$$

$$\text{د) } د (س) = 3 \text{ س}^3 + 3 \text{ س}^2 + 2$$



في الشكل المقابل :

قيمة θ التي تجعل $(4 + 3 + 3)$ أقل ما يمكن هي

$$\text{أ) } 1$$

$$\text{ب) } \frac{1}{2}$$

$$\text{ج) } 2$$

$$\text{د) } \frac{1}{4}$$

إذا كانت : $ص = \text{لوم } 3 \text{ س}^2 - (\text{لوم } 3 \text{ س})^2$ فإن : $\frac{ص}{س} = \dots$ عندما $س = 3$

$$\text{أ) } 3$$

$$\text{ب) } \frac{1}{3}$$

$$\text{ج) } \text{صفر}$$

$$\text{د) } 1$$

مدى الدالة $د : د (س) = 3 \text{ س}^3 + 3 \text{ س}^2 + 3 \text{ س} + 3$ يساوي

$$\text{أ) } [2, 2]$$

$$\text{ب) } [1, 1]$$

$$\text{ج) } [0, 1]$$

$$\text{د) } [0, 2]$$

إذا كانت الدالة $د$ من الدرجة الرابعة فإن أكبر عدد ممكن من نقاط الانقلاب لها يساوي

$$\text{أ) } 2$$

$$\text{ب) } 3$$

$$\text{ج) } 4$$

$$\text{د) } 5$$

$$\text{نهيا } \frac{1 + 3 \text{ س}^2 - 3 \text{ س}^2 - 3 \text{ س}^2}{3 \text{ س}^2} = \dots$$

$$\text{أ) } 1$$

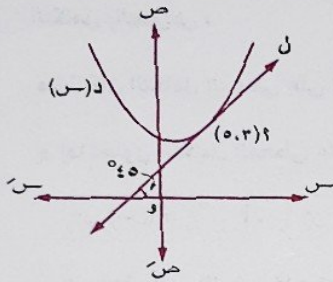
$$\text{ب) } \text{صفر}$$

$$\text{ج) } 1 -$$

$$\text{د) } 4 -$$

٢٢ إذا كان ميل المماس للمنحنى : $v = d(s)$ عند نقطة ما $\frac{1}{4}$ وكان الإحداثي السيني لهذه النقطة يتناقص بمعدل ٣ وحدات/ث فإن معدل تغير إحداثيها الصادي يساوي وحدة/ث

- ١ - $\frac{1}{4}$ (أ) $\frac{3}{4}$ - (ب) $\frac{1}{6}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{4}$ (هـ)



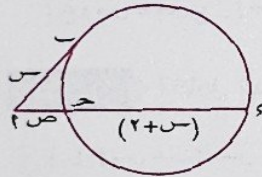
٢٣ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة d :

والمستقيم l يمس منحنى الدالة عند النقطة

$Q(2, 0)$ وكان $h(s) = s \cdot d(s)$ (س)

فإن : $h'(2) = \dots\dots\dots$

- ١ (أ) ٢ (ب) ١ (ج) ٥ (د) ٨ (هـ)



٢٤ في الشكل المقابل :

إذا كانت Q كانت قطعة مماسة للدائرة

فإن : $\frac{y}{x} = \dots\dots\dots$ عندما $s = 4$

- ١ (أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٩ (هـ)

٢٥ $\{ (27 \text{ لوى ماس} - 20 \text{ لوى ماس}) \cdot s = \dots\dots\dots + 3$

- ١ (أ) s (ب) $ماس - ماس$ (ج) $\frac{1}{4} ماس$ (د) $\frac{1}{4} ماس - 2 ماس$

ملخص الوحدة الرابعة

التكامل المحدد وتطبيقاته

تذكر طرق التكامل :

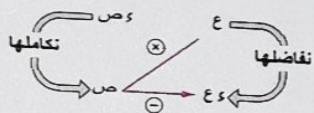
① التكامل بالتعويض :

- التكامل بالتعويض:
- إذا كان التكامل المعطى على الصورة $\int f(x) dx$ نستخدم التعويض $u = g(x)$
 - إذا احتوى التكامل المعطى على الجذر النوني لدالة أي $\int \sqrt[n]{f(x)} dx$ نستخدم التعويض:

$\mu = (s) \quad \text{،} \quad \mu^{\vee} = (s)$

- في بعض المسائل نستخدم تعويض معين مناسب لها حتى يتم تبسيط التكامل وكتابته على الصورة القياسية.

٢) التكامل بالتجزئ :



$$[ع, ص = ص, ع -] ص, ع$$

تذكر تكامل الدوال المثلثية :

$$\textcircled{1} \text{ ما } (س + س + س) = \frac{1}{س} \text{ هنا } (س + س + س) + ث$$

$$\textcircled{2} \{ \text{منا (1 س + 1 س) = } \frac{1}{1} \text{ ما (1 س + 1 س) + ث}$$

$$\frac{1}{p} = s(1+s)^{-1} + (1+s)^{-2} \quad (3)$$

$$\textcircled{4} \quad \{ \text{قنا}^2 (1+s+s^2) = \frac{1}{s} \text{ طنا} (1+s+s^2) + \text{ث} \}$$

٥} قَا (س + س) طَا (س + س) س = $\frac{1}{1}$ قَا (س + س) ث +

٦} قنا (١ س + ١ ط) = س (١ س + ١ ط) قنا (١ س + ١ ط) + ث

وَيَصِفُ عَامَةً :

① ما (د) (س) \times د (س) س = - ما (د) (س) + ث

② $\{ \text{منا (د (س))} \times \text{د (س) و س} = \text{منا (د (س))} + \text{ث} \}$

(۲) { فَا (د) (س) } × دَ (س) س = طَا (د) (س) + ث

④ $\{ \text{فأ}^2 \text{ (د (س))} \times \text{د}^2 \text{ (س) س} = - \text{فأ} \text{ (د (س))} + \text{ث} \}$

⑤ ﴿قَا (د) (س) طَا (د) (س) × دَ (س) (س) = قَا (د) (س) + ث

⑥ ﴿فَمَا (د) (س)﴾ طَنَا (د) (س) × دَ (س) و س = - فَمَا (د) (س) + ث

تذكر التكامل المحدد :

إذا كانت الدالة f متصلة في $[a, b]$ وكانت F مشتقة عكسية للدالة f على نفس الفترة فإن : $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ خواص التكامل المحدد :

① إذا كانت f متصلة في $[a, b]$ ، $\exists c \in [a, b]$ فإن :

$$(1) \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \quad (2) \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$(3) \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

② إذا كانت f ، g دالتين متصلتين في الفترة $[a, b]$ فإن :

$$(1) \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

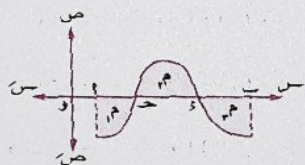
$$(2) \int_a^b c \cdot f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx \quad c \in \mathbb{R}$$

③ إذا كانت الدالة f متصلة في $[-a, a]$ وكانت الدالة f

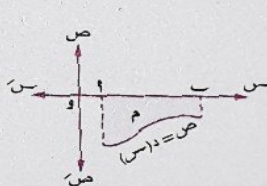
$$(1) \text{ زوجية فإن : } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \quad (2) \text{ فردية فإن : } \int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

تذكر المساحات في المستوى :

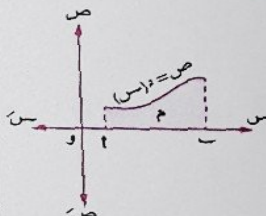
① مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f ومحور السينات في الفترة $[a, b]$



$$M = \int_a^b f(x) dx = \int_a^b y dx$$



$$M = - \int_a^b f(x) dx = \int_a^b |f(x)| dx$$



$$M = \int_a^b f(x) dx$$

لاحظ أن : قيمة التكامل المحدد قد تكون موجبة أو سالبة أو صفر أما المساحة دائماً موجبة.

② مساحة المنطقة المستوية المحصورة بين منحنين في الفترة $[a, b]$

إذا كانت $f(x) \leq g(x)$ في الفترة $[a, b]$

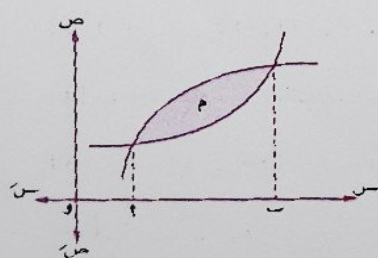
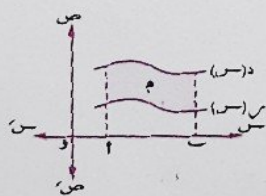
$$\text{فإن : } \text{المساحة } (M) = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$$

لاحظ أن : لإيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين

منحنين متقاطعين في نقطتين

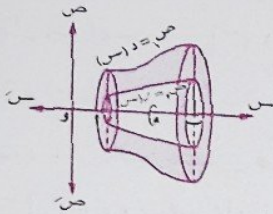
تكون حدود التكامل بالنسبة إلى x هي

الإحداثيات السينية لنقطتي تقاطع المنحنين.



تذكر : حجوم الأجسام الدورانية :

دوران منطقة محصورة بين منحنيين حول محور السينات

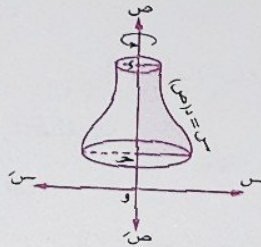


$$E = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

حيث $f(x) \geq g(x)$

$$E = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

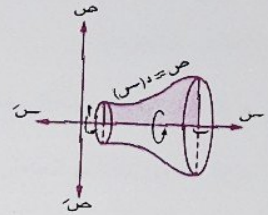
دوران منطقة حول محور الصادات



$$E = \pi \int_c^d (f(y)^2 - g(y)^2) dy$$

$$E = \pi \int_c^d (f(y)^2 - g(y)^2) dy$$

دوران منطقة حول محور السينات



$$E = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

$$E = \pi \int_a^b (f(x)^2 - g(x)^2) dx$$

اختبار على الوحدة الرابعة

١ $\int_0^2 x^2 dx = \dots\dots\dots$

- (أ) ٤ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٤

٢ إذا كان $\int_1^2 \frac{x}{x^2} dx = 1$ فإن : $\dots\dots\dots$ ، $\dots\dots\dots$

- (أ) ١ (ب) ١٠ (ج) ١٠ (د) ١٠

٣ إذا كان $\int_0^2 x^2 dx = 4$ فإن : $\dots\dots\dots$ ، $\dots\dots\dots$

- (أ) ٩ (ب) ١١ (ج) ١٢ (د) ٨

٤ إذا كانت : $\frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$ ، $\dots\dots\dots$ ، $\dots\dots\dots$ فإن : $\dots\dots\dots$

- (أ) $-(2 + \ln x)$ (ب) $-(2 + \ln x)$ (ج) $-(2 + \ln x)$ (د) $-(2 + \ln x)$

٥ $\int_0^2 \sqrt{x+1} dx = \dots\dots\dots$

- (أ) $\frac{116}{15}$ (ب) $\frac{112}{15}$ (ج) $\frac{117}{13}$ (د) $\frac{119}{15}$

٦ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين : $y = x^2$ ، $y = 3 - x$ هي $\dots\dots\dots$ وحدة مربعة.

- (أ) ٤ (ب) $\frac{7}{3}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$

٧ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x$ ، $y = \frac{1}{x}$ حول محور السينات دورة كاملة = $\dots\dots\dots$ وحدة حجم.

- (أ) $\frac{18}{5}$ (ب) $\pi \frac{22}{5}$ (ج) $\frac{26}{5}$ (د) $\pi \frac{18}{5}$

٨ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين $y = \ln x$ ، $y = \ln x$ والمستقيمين $x = 1$ ، $x = e$ حول محور السينات دورة كاملة هو $\dots\dots\dots$

- (أ) $\frac{2\pi}{3}$ (ب) $\frac{2\pi}{3}$ (ج) $\frac{2\pi}{3}$ (د) 2π

٩ $\int_0^2 \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{x}{x^2+1} \right) dx = \dots\dots\dots$

- (أ) ٩ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ٩

١٠ إذا كان: $\frac{y}{x} = \frac{1}{2} + x$ ، $\frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ عندما $x = 1$ فعند $x = 2$ فإن: $y = \dots$

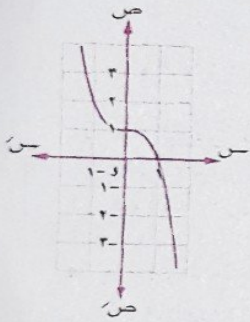
(أ) $2 - \frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1 - \frac{1}{2}}{2}$ (ج) $\frac{1 + \frac{1}{2}}{4}$ (د) $1 + \frac{1}{2}$

١١ $\int_0^1 (\pi(1-x) \times \pi(1-x)) dx = \dots$

(أ) $\pi(1-x)$ (ب) $\pi(1+x)$ (ج) $\frac{1-x}{\pi}$ (د) $\frac{1+x}{\pi}$

١٢ إذا كان: $\int_0^1 x(1-x) dx = 7$ ، $\int_0^1 x(1-x) dx = 2$ فإن: $\int_0^1 [2(1-x) - 3(1-x)] dx = \dots$

(أ) 18 (ب) 8 (ج) 10 (د) 14



١٣ الشكل المقابل يمثل منحنى

الدالة $y = f(x)$ حيث $y = f(x)$

فإن: $\int_0^1 f(x) dx = \dots$

(أ) 1 (ب) -1 (ج) صفر (د) -2

١٤ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين $y = \frac{4}{x}$ ، $y = 5 - x$ دورة واحدة حول محور السينات يساوي وحدة حجم.

(أ) 18π (ب) 9π (ج) 17π (د) 12π

١٥ إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة $y = f(x)$ عند أي نقطة (x, y) واقعة عليه هو $-x$ وكان هذا المنحنى يمر بالنقطة $(-1, 2)$ فإن: $y = f(x) = \dots$

(أ) $y = -x(1+x)$ (ب) $y = -2 - x(1+x)$ (ج) $y = -2 - x(1+x)$ (د) $y = -x(1+x)$

١٦ إذا كانت: $y = f(x)$ عندما $x > 2$ ، $y = f(x)$ عندما $x \leq 2$ فإن: $\int_0^1 f(x) dx = \dots$

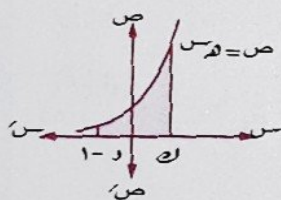
(أ) 4 (ب) 16 (ج) 12 (د) 20

١٧ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1-x^2} = x + \dots \end{array} \right.$
 أ طاس
 ب قاس
 ج قاس طاس
 د طاس

١٨ $\left\{ \begin{array}{l} x^2 \text{ لوم } x = x + \dots \end{array} \right.$
 أ $\frac{1}{x} x^2 \text{ لوم } x - \frac{1}{x} x^2$
 ج $2 x^2 \text{ لوم } x - \frac{1}{x} x^2$
 ب $x^2 \text{ لوم } x - \frac{1}{x} x^2$
 د $\frac{1}{x} x^2 \text{ لوم } x + \frac{1}{x} x^2$

١٩ $\left\{ \begin{array}{l} 6 x^2 \text{ هـ } x = x + \dots \end{array} \right.$
 أ $2 x^2 \text{ هـ } x$
 ج $2 x^2 \text{ هـ } x - \frac{2}{3} x^2$
 ب $x^2 \text{ هـ } x - \frac{2}{3} x^2$
 د $2 x^2 \text{ هـ } x + \frac{2}{3} x^2$

٢٠ في الشكل المقابل :



إذا كان حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة
 دورة كاملة حول محور السينات يساوي $\frac{\pi}{4} (h^2 - h)$ وحدة مكعبة

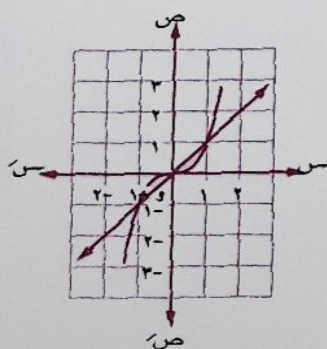
فإن : د =

- أ ٥ ب ١٠ ج ٢٠ د ٥٠

٢١ إذا كان : $\left\{ \begin{array}{l} \text{لوم } x = x + \dots \end{array} \right.$ ، $2 = x^2 - x^2 = 12$ فإن : د =

أ ٨ ب ١٢ ج ٤ د ٦

٢٢ في الشكل المقابل :



مساحة المنطقة المحددة بالمنحنى $ص = x^2$
 والمستقيم $ص = x$ تساوي

- أ $\left\{ \begin{array}{l} (x^2 - x) \text{ د } x \end{array} \right.$
 ب $\left\{ \begin{array}{l} (x^2 - x) \text{ د } x \end{array} \right.$
 ج $\left\{ \begin{array}{l} (x^2 - x) \text{ د } x \end{array} \right.$
 د $\left\{ \begin{array}{l} (x^2 - x) \text{ د } x \end{array} \right.$

٢٢ إناء مملوء بسائل يتسرب من ثقب صغير بقاع الإناء ، فإذا كان حجم السائل فى الإناء يتغير بمعدل $(4 - v)$ سم^٣/ث حيث v تمثل الزمن بالثانية وكان حجم السائل بعد ٣٠ ث من بدء التسرب ٩٨ سم^٣ فإن سعة الإناء = سم^٣

٤٠٠٠ (د)

٣٠٠٠ (ج)

٢٠٠٠ (ب)

١٠٠٠ (ا)

٢٤ حجم الجسم الناشئ من دوران Δ ا ب ح حيث ا (٠، ٢-) ، ب (٠، ١) ، ح (٤، ٠) دورة كاملة حول محور السينات = وحدة حجم.

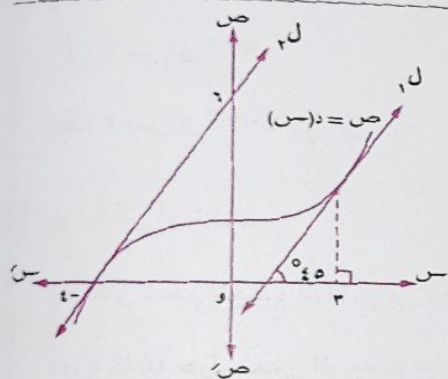
 $\pi 90$ (د) $\pi 70$ (ج) $\pi 50$ (ب) $\pi 20$ (ا)

٢٥ فى الشكل المقابل :

$$\int_{-1}^2 \frac{d^2(s)}{ds} ds = \dots\dots\dots$$

لوم $\frac{2}{3}$ (ب)

١ (ا)

لوم $\frac{2}{3}$ (د)لوم $\frac{2}{3}$ (ج)

اختبار تراكمي من الوحدة الأولى حتى الوحدة الرابعة

١ [(٤ - فئاس طئاس) ءس =]

١ (٤ س - فئاس + ث

ب) (٤ س + فئاس + ث

ج) (٤ س - طئاس + ث

د) (٤ س + طئاس + ث

٢ الدالة د حيث د (س) = س | س | تكون

١ (١ متزايدة على ح

ب) (١ متزايدة على [٠ ، ∞] ومتناقصة على [∞ ، ٠]

ج) (١ متناقصة على ح

د) (١ متزايدة على [∞ ، ٠] ومتناقصة على [٠ ، ∞]

٣ إذا كانت د (٢) قيمة صغرى مطلقة للدالة د حيث د (س) = س^٢ - ٤س + ٥ على الفترة [-١ ، ٥] فإن : د =

٢- (د

ج) ٢

ب) ٤-

١) ٤

٤ إذا كان : د (٢س + ٣) = ٤س^٢ + ١ فإن : د (١) =

٤- (د

ج) ٥-

ب) ٦-

١) ٧-

٥ إذا كانت : ص = س لوم س - س فإن : $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$

١ (س لوم س - ١)

ج) لوم س

ب) ٢ لوم س

١) لوم س - ١

٦ قياس زاوية ميل المماس عند نقطة الانقلاب لمنحنى الدالة : د حيث د (س) = $\frac{س}{س-١}$ مع الاتجاه الموجب

١) $\frac{\pi}{٤}$

ج) ١٨ ٤٢°

ب) $\frac{\pi}{٦}$

١) $\frac{\pi}{٣}$

٧ نهبا $\frac{س٢ - س٣}{س} = \frac{س٢ - س٣}{س}$

١) $\frac{٢}{٣}$

ج) ٢ لوم ٢

ب) لوم $\frac{٢}{٣}$

١) لوم $\frac{٢}{٣}$

١٤ للدالة d حيث $d = (س - ٢)$ $هـ$ $س$ يوجد

- ١ قيمة صغرى محلية عند $س = ١$
 ب نقطة انقلاب عند $س = ٠$
 ج قيمة عظمى محلية $هـ$
 د نقطة حرجة عند $س = ٠$

١٥ إذا كان : $ص = ٢ + ٢س$ ، $ع = ٢س - ٤$ فإن : $\frac{ص}{ع}$ عند $س = ١$ تساوى

- ١ ٣
 ب $\frac{٢}{٣}$
 ج ٢٤
 د ٦

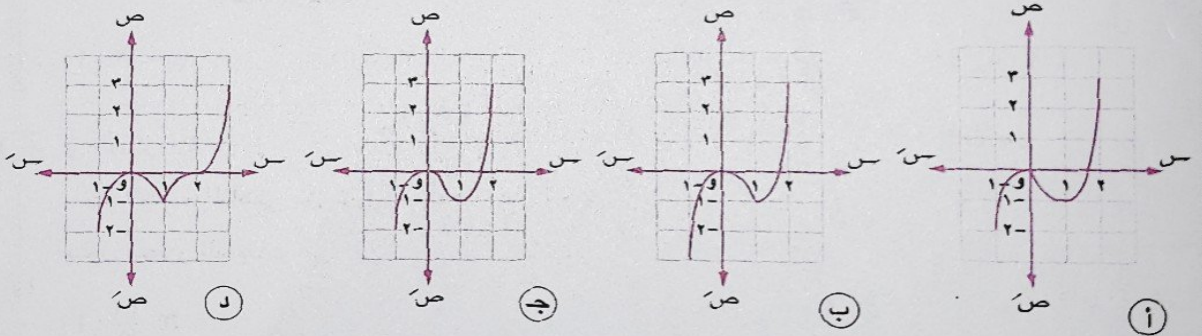
١٦ إذا كان : $ص = ٥ \times ٦ - س$ فإن : $\frac{ص}{س}$ =

- ١ $٥ \times ٦ - س$
 ب $٥ \times ٦ - س$ لوم
 ج $٥ \times ٦ - س$ لوم
 د $٥ \times ٦ - س$ لوم

١٧ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $ص = ٢ - س^٢$ ، $ص = ٢ + س$ تساوى وحدة مربعة.

- ١ ٨
 ب ١٩
 ج ٩
 د ١٠

١٨ أى من الأشكال الآتية يمكن أن يمثل المنحنى $ص = ٢ - س^٢ - ٣س$ ؟



١٩ يتسرب غاز من بالون كروى بمعدل ٢٠ سم^٣/ث فإن معدل تغير مساحة السطح الخارجى للبالون فى اللحظة التى يكون فيها طول نصف قطر البالون ١٠ سم يساوى سم^٢/ث.

- ١ $\frac{١ - ٢٠}{\pi}$
 ب $\frac{٤ - \pi}{\pi}$
 ج ٨ -
 د ٤ -

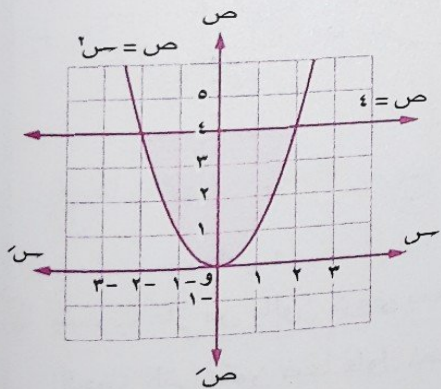
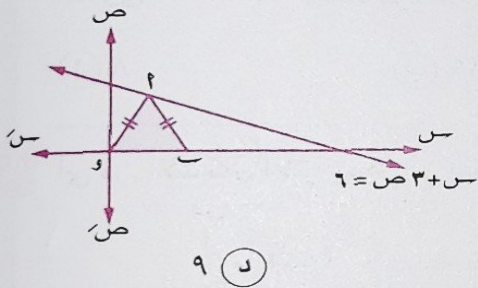
٢٠ إذا كانت مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $d = (س) = \frac{س}{١ + س^٢}$ وفوق الفترة $[٠, ٤]$ من محور

- السينات تساوى ٢ لوم ٢ وحدة مساحة فإن : $٢ =$
 ١ ١٧
 ب ٨,٥
 ج $\sqrt{١٧}$
 د ٣٤

٢١ نهـا $\frac{١+٢-٣}{٤-٣} = \frac{٠}{١} = ٠$
 ا) هـ
 ب) هـ
 ج) هـ
 د) ١ - هـ

٢٢ $\frac{١-٢}{١-٣} = \frac{١}{٢}$
 ا) $\frac{١}{٢}$ هـ $٢+٣+٤$
 ب) هـ $٢+٣+٤$
 ج) هـ $٢-٣-٤$
 د) $\frac{١}{٣}$ هـ $٢-٣-٤$

٢٣ إذا كانت : د (س) = $\frac{٢}{١+س}$ ، ر (س) = $٣-س$ فإن : $\frac{٤}{٢-س} = [(س) (ر)]$
 عند س = ٢
 ا) $\frac{٢-}{٢٥}$
 ب) ٦
 ج) $\frac{١}{٢٥}$
 د) $\frac{٦-}{٢٥}$



ا) $\pi \frac{٢٢}{٥}$
 ب) $\pi \frac{١٢٨}{٥}$
 ج) $\pi \frac{٢٥٦}{٥}$
 د) $\pi \frac{٥١٢}{٥}$

الامتحانات النهائية

ثانياً

اختبارات الكتاب المدرسى

فى التفاضل والتكامل

الاختبار الأول

أجب عن السؤال الآتي

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) أى الدوال التالية تحقق العلاقة $y = \frac{x^2}{x-3}$ ؟

(أ) $y = \frac{1}{12}(x+1)^2$ (ب) $y = x^2 - 3x + 2$

(ج) $y = x^2$ (د) $y = \frac{x}{1-x}$

٢) إذا زاد طول نصف قطر دائرة بمعدل $\frac{1}{\pi}$ سم/ث ، فإن محيط الدائرة يزداد بمعدل سم/ث.

(أ) $\frac{2}{\pi}$ (ب) ٢ (ج) π (د) 2π

٣) منحنى الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 2x$ محدب لأعلى

عندما $x \geq \dots$

(أ) $[-\infty, 0]$ (ب) $[-1, \infty]$ (ج) $[1, 2]$ (د) $[1, \infty]$

٤) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$ (ما x + ما y) x و y يساوى

(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) صفر (د) π

٥) إذا كانت : y دالة متصلة على C ، $\int_0^2 y(x) dx = 8$ ، $\int_0^3 y(x) dx = 9$

فإن : $\int_0^1 y(x) dx = \dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٥

٦) مساحة المنطقة المحددة بالمنحنى : $y = \sqrt{16 - x^2}$ ومحور السينات

مقدرة بالوحدات المربعة تساوى

(أ) 16π (ب) 12π (ج) 8π (د) 4π

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى

١- $\frac{1}{4}$ من $x + 3$ «

٢ (أ) أوجد : $[x^2 - 3x + 2]$ و y

« $\frac{1}{4}$ »

(ب) إذا كان $y = x^2 - 3x + 2$ ، أوجد : $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 0$.

٣ (أ) أوجد معادلة المماس للمنحنى: $s^2 - 3s - ص = ص^2 + 3 = ٠$ عند النقطة $(-١, ٤)$

(ب) مثلث قائم الزاوية ، فى لحظة ما كان طولاً ضلعى القائمة ٦ سم ، ٣٠ سم ، فإذا كان طول الضلع الأول يتزايد بمعدل $\frac{1}{3}$ سم/د ، وطول الضلع الثانى يتناقص بمعدل ١ سم/د أوجد : (١) معدل التزايد فى مساحة المثلث بعد ٣ دقائق .
(٢) الزمن الذى بعده يتوقف تزايد مساحة المثلث .

«٦=٧»

٤ (١) حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة د حيث $د (س) = س + ٢ ما س$ ، $٠ < س < ٢ \pi$

(ب) رسم مستطيل بحيث تقع رأسان متجاوران منه على المنحنى $ص = س^2 - ١٢$ والرأسان الآخران على المنحنى $ص = ١٢ - س^2$ احسب أكبر مساحة لهذا المستطيل .

«٦٤»

٥ (أ) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين $ص = \frac{٤}{س}$ ،

$ص = (س - ٣)^2$ دورة كاملة حول محور السينات .

«٥, ٤, π وحدة حجوم»

(ب) ارسم الشكل العام لمنحنى الدالة د الذى يحقق الخواص الآتية :

- د (١) = د (٥) = ٠ ، د (٢) = ٣ -
- د (س) > ٠ لكل س $\neq ٢$
- د (س) < ٠ لكل س < ٢

الاختبار الثاني

أجب عن السؤال الآتي

أولاً

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- ① معادلة المماس لمنحنى الدالة d حيث $d = (س)$ هي $س^2 + 1$ عند النقطة $(\frac{1}{2}, 1)$ هي
- (أ) $ص = س + 1$ (ب) $ص = 2س + 2$ (ج) $ص = 2س - 2$ (د) $ص = 3س + 1$
- ② إذا كان : $ص = 4س^2 + 4$ ، $ع = 3س^2 - 2$ فإن معدل تغير $ع$ بالنسبة إلى $ص$ يساوي
- (أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{2س}$ (د) $\frac{1}{4}$
- ③ أكبر قيمة للمقدار : $8س - س^2$ حيث $س \in ع$ هي
- (أ) 8 (ب) 16 (ج) 32 (د) 64
- ④ إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة d عند أى نقطة عليه يساوي $\frac{1}{س-2}$ وكان المنحنى يمر بالنقطة $(3, 0)$ فإن : $d = (س^2 + 2)$ تساوي
- (أ) 2 (ب) 3 (ج) $لوه^2$ (د) $لوه^3$
- ⑤ إذا كانت : d دالة متصلة على $ع$ ، $ل_1 د (س) = 9$ ، $ل_2 د (س) = 7$ فإن : $ل_1 د (س) = ل_2 د (س)$ تساوي
- (أ) 2 (ب) 8 (ج) 16 (د) 63
- ⑥ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $ص = \sqrt{1+س}$ والمستقيمات $ص = 0$ ، $ص = 1$ ، $ص = 1$ دورة كاملة حول محور السينات مقدراً بالوحدات المكعبة يساوي
- (أ) π (ب) $\frac{\pi 2}{3}$ (ج) $\pi 2$ (د) $\frac{\pi 5}{3}$

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

ثانياً

- ① أوجد : $ل_1 د (س) = (س^2 - 1)س^2$ عند $س = 2$
- ② أوجد معدل تغير $\sqrt{16س^2 + 1}$ بالنسبة إلى $س$ عند $س = 3$
- ③ إذا كان : $س$ ممّا $ص + ص$ ممّا $س = 1$ فأوجد : $\frac{ص}{س}$

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة d فى الفترة $[-1, 1]$

حيث $d = (س) = ٢س^٢ + ٦س - ٥$

٤ (١) إذا كانت : $d(س) = \begin{cases} ٢س + ٢س^٢ & \text{عندما } س > ٠ \\ ٢س - ٢س^٢ & \text{عندما } س \leq ٠ \end{cases}$

أوجد : ١) القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة d

٢) $d_{-١}^٢$ $d(س) = ٤س$

« $\frac{٢}{٣}$ »

(ب) يتزايد حجم مكعب بانتظام بحيث يظل محتفظاً بشكله بمعدل ٢٧ سم^٣/د ، أوجد معدل الزيادة فى

مساحة أوجهه عند اللحظة التى يكون فيها طول حرفه ٣ سم

« ٣٦ سم^٢/د »

٥ (١) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين : $ص = ٢س^٢$ ، $ص = ٦س - ٢س^٢$ بالوحدات المربعة.

« ٩ وحدة مربعة »

(ب) إذا كان للدالة d حيث $d(س) = ٢س^٢ + ٤س - ٢س + ٢س^٢$ نقطة انقلاب عند $(٢, ٢)$

فأوجد قيمتى الثابتين ٩ ، ٦ ثم ارسم الشكل العام لمنحنى الدالة.

« $٩ = ٦$ ، $٦ = ٩$ »

الاختبار الثالث

أولاً أجب عن السؤال الآتي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① ميل المماس لمنحنى الدائرة : $س^2 + ص^2 = ٢٥$ عند $س = ٣$ يساوى
 (أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٤}$ (ج) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{٤}{٣}$
- ② إذا كان : د (س) = $\frac{س}{٢-س}$ فإن : د' (٣) يساوى
 (أ) ٣٦- (ب) ١٢- (ج) ٦ (د) ٤
- ③ إذا كانت : $\frac{٤ص}{٤س} = ق$ ، $ص = ٢$ عند $س = \frac{\pi}{٤}$ فإن : ص تساوى
 (أ) $-(٢ + طنا س)$ (ب) $-(٣ + طنا س)$
 (ج) $٢ - طنا س$ (د) $٢ - طنا س$
- ④ إذا كان : $ل_٤$ د (س) و $س = ٧$ ، $ل_٢$ س (س) و $س = ٢$ ، فإن : $ل_٢ [٢ د (س) - ٣ س (س) - ٥]$ و س يساوى
 (أ) ١٨- (ب) ٨- (ج) ١٠ (د) ١٤
- ⑤ مساحة المنطقة المحددة بالمستقيمات : $ص = ٢ - س$ ، $٣ - س = ص$ ، $١ + س = ص$ ، $س = ٢$ تساوى
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $\frac{٩}{٣}$ (د) ٦
- ⑥ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين $ص = ط$ ، $ص = ق$ ، والمستقيمين : $س = \frac{\pi}{٦}$ ، $س = \frac{\pi}{٣}$ دورة كاملة حول محور السينات مقدراً بالوحدات المكعبة يساوى
 (أ) $\frac{٢\pi}{٦}$ (ب) $\frac{٢\pi}{٣}$ (ج) $\frac{٢\pi}{٥}$ (د) ٢π

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

- ① أوجد مشتقة ص بالنسبة إلى س حيث : $س^2$ لوم س
 «س (٢ لوم س + ١)»
- (أ) إذا كانت د (س) = $\sqrt[٢]{(٤-س)}$ فأوجد فترات التحب إلى أعلى وإلى أسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) لمنحنى الدالة د

الاختبار الرابع

أولاً : أجب عن السؤال الآتي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ① إذا كان : $\frac{2-s}{2-s} = \frac{5-s}{2-s}$ فإن عند $s = 1$ يكون $\frac{s^2}{3-s}$ يساوي
 (أ) ١٢- (ب) ٦- (ج) ٦ (د) ١٢
- ② $\{ \frac{1}{3} s^2 + s \}$ يساوي
 (أ) $\frac{1}{4} s^2 + s$ (ب) $\frac{1}{3} s^2 + s$ (ج) $\frac{1}{4} s^2 + s$ (د) $\frac{1}{3} s^2 + s$
- ③ العمودى للدائرة : $s^2 + s^2 = 12$ عند أى نقطة عليها يمر بالنقطة
 (أ) (٢، ٢) (ب) (١، ١) (ج) (٠، ٠) (د) (٢-، ٢-)
- ④ منحنى الدالة d حيث $d(s) = (2-s)$ يكون محدباً لأسفل على الفترة
 (أ) $]-\infty, \infty[$ (ب) $]-1, 2[$ (ج) $]-2, 0[$ (د) $]-\infty, 0[$
- ⑤ $\{ \frac{1}{3} s^2 + s - 4 \}$ يساوي
 (أ) ٢٧- (ب) ٢٠- (ج) ٢٠ (د) ٢٧
- ⑥ عند دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $s = \frac{1}{\sqrt{s}}$ ، $1 \leq s \leq 4$ ومحور الصادات
 ، دورة كاملة حول محور الصادات فإن حجم الجسم الناشئ مقدراً بالوحدات المكعبة يساوي
 (أ) $\frac{2}{3} \pi$ (ب) $\frac{2}{3} \pi$ (ج) 2π (د) $\frac{2}{3} \pi$

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى

- ① أوجد : $\{ (3-s)^2 - 4 \}$ و s
 (أ) إذا كان : $\{ \frac{1}{3} s^2 + s - 4 \}$ ، $7 = s$ ، $\{ \frac{1}{3} s^2 + s - 4 \}$ و s
 (ب) إذا كان : ما $s + 2 = 0$ ، فأثبت أن : $\frac{s^2}{3-s} - \frac{s^2}{3-s} = 4$ ما $2 = s$ ما s
- ② (أ) إذا كان : $\{ \frac{1}{3} s^2 + s - 4 \}$ ، $7 = s$ ، $\{ \frac{1}{3} s^2 + s - 4 \}$ و s
 احسب قيمة : $\{ \frac{1}{3} s^2 + s - 4 \}$ و s
 (ب) إذا كان منحنى الدالة d حيث $d(s) = 4 - s^2 + s^2 + s$ له قيمة عظمى محلية عند
 « ١١ » (٤، ٢) وله نقطة انقلاب عند (٢، ١) أوجد معادلة المنحنى.

" $\frac{1}{4}$ وحدة مربعة "

٤ (أ) أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنى : $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$

والمستقيمين : $x = 0$ ، $y = 0$.

(ب) ارسم منحنى الدالة المتصلة d الذى يحقق الخواص التالية :

$$d(4) = 2 \text{ و } d(3) = 4 \text{ ، } d(2) = 0$$

$$d'(x) > 0 \text{ عندما } x < 4 \text{ أو } x > 2$$

$$d'(x) < 0 \text{ عندما } x < 3 \text{ ، } d'(x) < 0 \text{ عندما } x > 3$$

٥ (أ) أثبت أن حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيين : $\frac{x}{y} = \frac{4}{x}$

، $x = 0$ - $x = 5$ حول محور السينات يساوى 9π من الوحدات المكعبة.

(ب) إذا كانت C مساحة الجزء المحصور بين دائرتين متحتى المركز طولاً نصفى قطريهما N_1 ، N_2 حيث

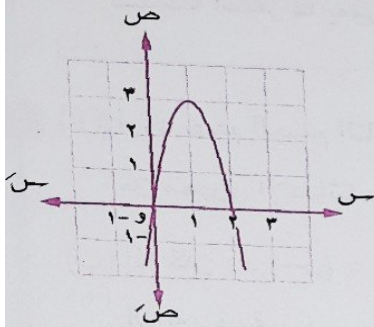
$N_2 < N_1$ ، أوجد معدل تغير C بالنسبة للزمن فى اللحظة التى يكون فيها $N_2 = 10$ سم

، $N_1 = 6$ سم ، إذا علم أن عند هذه اللحظة N_1 يتزايد بمعدل 0.3 سم/ث ، N_2 يتناقص بمعدل

0.2 سم/ث .

الاختبار الخامس

أولاً أجب عن السؤال الآتي



١ يوضح الشكل المقابل منحنى د (س) للدالة د حيث :

د (س) = $2س^2 + 3س - 2$ ، ب ثابتان أكمل :

١ الدالة د متناقصة لكل س \exists

٢ لمنحنى د نقط حرجة عند س \exists

٣ منحنى د محدب لأعلى على الفترة

٤ توجد قيمة صغرى محلية للدالة د عند س =

٥ د (١) =

٦ مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة د ، والمستقيمات س = ٢ ، س = ٠ ، ص = ٠

بالوحدات المربعة يساوى

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

٢ (١) أوجد : ١) $\left\{ \frac{س + ٥}{٢} \right\}$ فئاً

٢) $\left\{ \frac{٥س}{١ - ٣س} \right\}$

ب) للدالة د حيث د (س) = $س^2 - ٦س + ٩$ س - ١

١ عين فترات التزايد والتناقص للدالة د

٢ أوجد القيم القصوى للدالة د فى الفترة [٠ ، ٢]

٢ (١) إذا كان د (س) = $٤س + ٣س - ٢س^2$ أوجد معادلة العمودى لمنحنى الدالة د

« ٤س - ٢٤س - ٧٢ = ٠ »

عند نقطة تقع على المنحنى وإحداثيها السينى يساوى $\frac{\pi}{٤}$

ب) خزان فارغ سعته ١٠ أمتار مكعبة يصب فيه الماء تدريجياً بمعدل (٢ + ٣) متر مكعب/دقيقة حيث

« دقيقتان »

س الزمن بالدقائق ، أوجد الزمن اللازم لامتلاء الخزان.

« $\frac{1}{2}$ »

٤ (١) أوجد : نهـيا $\lim_{s \rightarrow \infty} \left(\frac{1-s^2}{1+s^2} \right) s^2$

(ب) يراد تصميم ملصق مستطيل الشكل يحوى ٨٠٠ سم^٢ من المادة المطبوعة بحيث يكون عرض كل من الهامشين العلوى والسفلى ١٠ سم ، وكل من الهامشين الجانبيين ٥ سم ، ما بعدا الملصق اللذان يجعلان مساحته أصغر ما يمكن ؟

«٦٠ ، ٣٠ سم»

٥ (١) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $s = 4 - s^2$ والجزأين الموجبين من محورى الإحداثيات دورة كاملة حول محور السينات.

« $\pi \frac{256}{15}$ وحدة حجوم»

(ب) إذا كان : $d(s) = s^2 + 4s^2 + s + 4$ حيث 4 ، s ثابتان أوجد قيمتى 4 ، s إذا كان للدالة d قيمة صغرى محلية عند $s = 2$ ونقطة انقلاب عند $s = 1$ ثم ارسم شكلاً عاماً لمنحنى الدالة d

الاختبار السادس

أولاً أجب عن السؤال الآتي

١ في كل من العبارات التالية اختر الحرف (١) إذا كانت العبارة صحيحة والحرف (ب) إذا كانت العبارة خطأ :

- (١) القيمة العظمى المحلية للدالة أكبر من القيمة الصغرى المحلية لها. (ب) (١)
- (٢) معدل تغير $\sqrt{2x+3}$ بالنسبة إلى $\frac{dx}{dt}$ هو : $\frac{\sqrt{2x+3}}{2+2\sqrt{2x+3}}$ (ب) (١)
- (٣) إذا كان : $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 2$ فإن : $\frac{1-y}{x} = \frac{2}{x}$ (ب) (١)
- (٤) $\left[\frac{4-x}{2-x} \right]_{x=0}^x = \frac{4}{2-x} + \frac{7}{2-x}$ (ب) (١)
- (٥) إذا كانت : $x = y - z$ فإن : $\frac{dx}{dz} = \frac{y}{z}$ (ب) (١)
- (٦) إذا كانت : $(4, 4)$ نقطة انقلاب لمنحنى الدالة المتصلة د فإن : $d''(4) = 0$ (ب) (١)

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

- (٢) (١) أوجد : $\left[\frac{7x^2}{5x^2-2} \right]_{x=0}^x$ (٢) $\left[(2e^x - 3) \left(\frac{\pi}{x} + 5 \right) \right]_{x=0}^x$
- (ب) إذا كانت : $9 = 1 + 2x$ أثبت أن : $\frac{dx}{dy} = \frac{4}{2x+3}$ (ب) (١)

(٢) أوجد : [ط] س فـ س ع س

- (ب) إذا كانت ف بُعد النقطة (١ ، ٠) عن النقطة (س ، ص) الواقعة على المنحنى $\sqrt{x} = y$ فأوجد إحداثيي النقطة (س ، ص) التي تكون عندها ف أصغر ما يمكن. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right)$

(٤) (١) عين القيم القصوى المطلقة للدالة د حيث د (س) = |س-٤| في الفترة [-١ ، ٢]

- (ب) إذا كان ميل المماس للمنحنى : ص = د (س) عند أي نقطة عليه يساوي $6x^2 + 3x$ وكان د (٠) = ٥ ، د (٢) = ٣ ، أوجد : قيمة الثابت ب ثم ارسم الشكل العام لمنحنى الدالة د «١٢-»

(٥) (١) أوجد معدل تغير لوم (٩ + س^٢) بالنسبة إلى س^٢ + ٣ عند س = ١

- (ب) إذا كانت ٢ (٠ ، ٣) ، ب (١ ، ٤) ، ح (٢ ، ٠) ، أوجد باستخدام التكامل :

- (١) مساحة سطح المثلث أ ب ح
(٢) حجم الجسم الناشئ من دوران المثلث أ ب ح دورة كاملة حول محور الصادات. «٤ وحدة حجوم»

الاختبار السابع

أولاً : أجب عن السؤال الآتي

١ في كل من العبارات التالية اختر الحرف (١) إذا كانت العبارة صحيحة والحرف (ب) إذا كانت العبارة خطأ :

- (ب) (١) ١ إذا كانت : ص^٢ = ٣ - ص^٢ - ٧ فإن : $\frac{ص}{ص-٣} = \frac{ص}{ص}$
- (ب) (١) ٢ للدالة د : د (س) = س^٢ - ٣س + ١ نقطة انقلاب هي : (٠ ، ١)
- (ب) (١) ٣ $\frac{٤}{س-٢}$ [طناً (مناً س)] = ٣ ما ٣س فتاً (مناً س)
- (ب) (١) ٤ $\{ (١ - مناس) ، ماس س = - \frac{١}{٥} (١ + مناس) + ٥ \}$ ث
- (ب) (١) ٥ نهـ $\frac{١}{س} (١ + \frac{٥}{س}) = ٥$
- (ب) (١) ٦ $\{ (٢ + \frac{س}{٥}) ، س = ٢ لوم اس - \frac{س}{٥} + ٢ \}$ ث

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

٢ (١) أوجد : ١ س ما س س

(ب) أوجد معادلة المماس للمنحنى : ص = لوم (٢ - ٢ مناس) عند النقطة التي

تقع عليه وإحداثيها السيني يساوي $\frac{\pi}{٤}$ «س - ص - $\frac{\pi}{٤}$ »

٣ (١) عين فترات التحذب لأعلى وفترات التحذب لأسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) لمنحنى الدالة د

حيث د (س) = (س - ١) + ٣

(ب) متوازي مستطيلات من المعدن قاعدته على شكل مربع ، فإذا تزايد طول ضلع القاعدة بمعدل

٠ ، ٤ سم/ث وتناقص الارتفاع بمعدل ٠ ، ٥ سم/ث ، أوجد معدل تغير الحجم عندما يكون

طول ضلع القاعدة ٦ سم والارتفاع ٥ سم.

«٦ سم/ث»

٤ (١) أوجد : ١ س ما س + ١ س

« $\frac{١١٦}{١٥}$ »

(ب) ملعب على شكل مستطيل ينتهي ضلعان متقابلان منه بنصفى دائرة خارج المستطيل طول قطرها مساوياً

لطول هذا الضلع ، إذا كان محيط الملعب ٤٠٠ متراً فاثبت أن مساحة سطح الملعب تكون أكبر ما يمكن

عندما يكون الملعب على شكل دائرة وأوجد طول نصف قطرها.

« $\frac{٢٠٠}{\pi}$ »

(١) إذا كان $d(s) = s^2 - 2s + 2$ أوجد :

① القيم القصوى المطلقة للدالة d في الفترة $[0, 2]$

② مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة d والمستقيمات

$$s = 0, \quad s = 2, \quad s = 0.$$

« ٤ وحدة مربعة »

(ب) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $s = 2$ والمستقيمان

$s = 1, \quad s = 2$ حول محور السينات.

« 2π وحدة حجم »

الاختبار الثامن

أولاً أجب عن السؤال الآتي

١ أكمل ما يأتي :

١) إذا كان : $s^2 - 2s + 1 = 0$ فإن : $\left[\frac{s}{s-1} \right] = 1$

٢) $\frac{s}{s^2 + 7s + 10} = \left[\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+5} \right]$

٣) للدالة $d : (s) = s^2 - 3s - 1$ نقطة انقلاب هي

٤) إذا كانت : d متصلة على الفترة $[2, 7]$ فإن : $\int_2^7 d(s) ds + \int_7^2 d(s) ds = 0$

٥) مساحة المنطقة المحددة بالمنحنين : $s = 2$ ، $s = 4$ تساوي وحدة مربعة.

٦) إذا كانت : $s = 2$ لوم $\frac{s}{m}$ ، $2 \neq 0$ فإن : $\left[\frac{s^2}{s-2} \right] = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

ثانياً أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

٢) ١) أوجد : $\left[\frac{s^2 - 2s + 1}{s} \right]$

٢) ٢) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة d حيث : $d(s) = s^2 - 2s + 1$ عند النقطة التي

تقع على منحنى الدالة d وإحداثياتها السينية يساوي $\frac{\pi}{4}$

«ص = ١٢ - ٣ - ٢ + π »

٣) ١) أوجد : $\left[\frac{s^2 - 2s + 1}{s} \right]$

٣) ٢) أوجد : $\left[\frac{s^2 - 2s + 1}{s} \right]$

(ب) يوضح الشكل المقابل :

منحنيا الدالتين r ، e حيث :

$r(s) = d(s)$

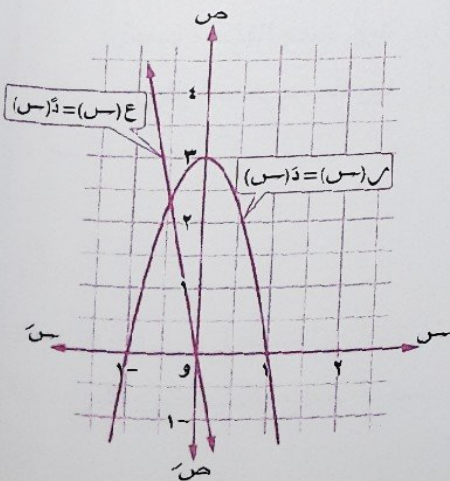
$e(s) = d'(s)$

d دالة كثيرة حدود في المتغير s

ارسم الشكل العام لمنحنى d علماً بأنه

يمر بالنقطتين $(-1, 0)$ ، $(1, 4)$

« $\frac{13}{4}$ »



٤ (١) عين القيم القصوى المطلقة للدالة d فى الفترة $[0, 2]$ حيث $d(s) = 3\sqrt{4-s} - s^2$

(ب) قضيب طوله ٥ أمتار مثبت بمفصل فى الأرض عند أحد طرفيه ، فإذا رفع طرفه الآخر رأسياً إلى أعلى بواسطة ونش بمعدل ١ متر/دقيقة أوجد معدل تناقص طول مسقط القضيب على الأرض عندما يكون ارتفاع هذا الطرف ٣ أمتار.
« $\frac{2}{3}$ متر/د »

٥ (١) رسم فى نصف دائرة شبه منحرف قاعدته هى قطر نصف الدائرة ، عين قياس زاوية قاعدة شبه المنحرف بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن.
« ٦٠ »

(ب) إذا كانت M المنطقة المحددة بالمنحنى : $s = 4 + s^2$ والمستقيمات :

$$s = 1, s = 4, s = 0, \text{ أوجد :}$$

① مساحة المنطقة M بالوحدات المربعة لأقرب وحدة.
« ٤ لو $\frac{10}{3} + 4$ وحدة مربعة »

② حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة M دورة كاملة حول محور السينات.
« 57π وحدة حجم »

الاختبار التاسع

أولاً اجب عن السؤال الآتي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

① إذا كان : $س = ٢\sqrt{٧} + ٧$ ، $ص = \sqrt[٣]{٧}$ ، $١ = \sqrt{٧}$

فإن : $\frac{٤}{س}$ يساوى

(د) ٦

(ج) ٢

(ب) $\frac{٢}{٤}$

(أ) $\frac{٢}{٨}$

② منحنى الدالة د محدباً لأسفل على ح إذا كان د (س) يساوى

(د) $٢ + س$

(ج) $٢ - س$

(ب) $٢ + س$

(أ) $٢ - س$

③ إذا كان لمنحنى الدالة د : د (س) = $س^٢ + س + ٤$ ، $ل \in \exists$ نقطة انقلاب عند $س = ٢$

فإن ل تساوى

(د) ٩

(ج) ٦

(ب) ٣-

(أ) ٦-

④ إذا كانت : د دالة متصلة على ح ، $ل_٢$ د (س) $س = ٧$ ، $ل_٠$ د (س) $س = ١١$

فإن : $ل_٢ - ل_٠$ د (س) يساوى

(د) ٧٧

(ج) ١٨-

(ب) ١٨

(أ) ٤-

⑤ $ل_٢ - ل_٠$ د (س) يساوى

(د) ٨

(ج) ٤

(ب) ٠

(أ) ٦-

⑥ مساحة المنطقة المحددة بالمنحنى : $ص = س^٢$ والمستقيمين : $ص = ٠$ ، $س = ٢$

تساوى

(د) ٨

(ج) ٤

(ب) ٢

(أ) ١

ثانياً اجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى

② أوجد : $ل_٢ - ل_٠$ د (س) $س = ٩$ ، $ل_٢$ د (س) $س = ٢$ ، $ل_٠$ د (س) $س = ١$

① أوجد : $ل_٢ - ل_٠$ د (س) $س = ٢$ ، $ل_٢$ د (س) $س = ١$ ، $ل_٠$ د (س) $س = ٠$

(ب) أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها مماس المنحنى $ص = س^٢$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات عند $س = ٨$ لأقرب دقيقة.

١٨٢٦

٢ (أ) إذا كان ما $s = s$ ص أثبت أن : $s^2 = (s + s) + 2$ ما $s = 2$ ص

(ب) إذا كان للمنحنى $s = 2s^2 + 3s + 4$ مماسان متوازيان أحدهما يمس المنحنى عند النقطة $(-1, 2)$ ، أوجد معادلة المماس الآخر.

$$« 4s - s + 5 = 0 »$$

٤ (أ) يرتفع بالون رأسياً لأعلى بمعدل ثابت قدره ٢٨ متر/دقيقة ، فإذا تم رصد البالون من مشاهد على الأرض يبعد ٢٠٠ متراً عن موقع إطلاق البالون ، أوجد معدل تغير زاوية ارتفاع نظر المشاهد له عندما يكون البالون على ارتفاع ٢٠٠ متراً.

$$« 0.075/s »$$

(ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة d عند أى نقطة (s, v) على المنحنى هو $3(s - 1)$ أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية لمنحنى الدالة d ونقط الانقلاب إن وجدت ، علماً بأن المنحنى يمر بالنقطة $(-2, 1)$ ، ثم ارسم شكلاً عاماً لهذا المنحنى.

٥ المستقيم \overleftrightarrow{AB} يقطع منحنى الدالة d فى النقطة $C(s, v)$ حيث :

$$s < 0, \quad A(2, 0), \quad B(6, 4), \quad d(s) = \frac{9}{s}, \quad \text{أوجد :}$$

$$« v = \frac{1}{3} s + 2 »$$

① معادلة المستقيم \overleftrightarrow{AB}

$$« (2, 3) »$$

② إحداثيى النقطة C

$$« s - v = 0 »$$

③ معادلة العمودى على منحنى d عند النقطة C ، وأثبت أنه يمر بنقطة الأصل و

④ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالعمودى و \overleftrightarrow{AB} ومنحنى الدالة d والمستقيم

$$« \frac{45}{4} \pi \text{ وحدة حجم} »$$

$s = 6$ ومحور السينات دورة كاملة حول محور السينات.

الاختبار المباشر

أولاً : أجب عن السؤال الآتي

١ | أكمل ما يأتي :

١ | نها $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} + 1 \right) = \dots\dots\dots$

٢ | $\frac{x}{y} = \frac{2 - \sqrt{2}x}{2} = \dots\dots\dots$

٣ | إذا كان للدالة d : $d = (s)$ = $s^2 + 9s - 1$ نقطة انقلاب عند $s = 1$ فإن : $\dots\dots\dots$

٤ | $\lim_{x \rightarrow 4} (4 - x^2 - 6x + 5) = \dots\dots\dots$

٥ | إذا كانت d : دالة متصلة على الفترة $[1, 4]$ فإن : $\lim_{x \rightarrow 1} d(s) + \lim_{x \rightarrow 4} d(s) = \dots\dots\dots$

٦ | مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين : $s = 1 + s^4$ ، $s = 2 - s^2$ تساوى $\dots\dots\dots$ وحدة مربعة.

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

٢ | (أ) أوجد :

١ | $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + s) = \dots\dots\dots$

٢ | $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - s^2) = \dots\dots\dots$

(ب) إذا كانت المعادلتان البارامتريتان للدالة d حيث $s = d$: $s = 2 + s^2$ ، $s = 2$ أوجد عند $s = 1$ كل من :

١ | معادلة مماس منحنى الدالة d

٢ | $\frac{s^2}{s^2} = \dots\dots\dots$

« ٢ - $s = 3 - s^2 = 7 - s^2$ »

« $\frac{1}{9}$ »

٢ | (أ) ابحث تحديب منحنى الدالة d حيث $d = (s) = |s^3 - 1|$ موضعاً نقط الانقلاب إن وجدت.

(ب) إذا كان $\lim_{x \rightarrow 9} d(s) = 9$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} d(s) = 4$

أوجد قيمة : $\lim_{x \rightarrow 3} [2 - (s) - 6s] = \dots\dots\dots$

« ٤٨ - »

٤ (أ) أوجد مساحة المنطقة المستوية المحصورة بين المنحنيين :

$$ص + س = ٦ ، ص + ٢س - ٣ = ٠$$

« $\frac{٢٢}{٣}$ وحدة مربعة »

(ب) إنشاء على هيئة أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها من الداخل ٩ سم وطول نصف القطر الداخلي لقاعدته ٦ سم ، وضع داخله ساق معدنية طولها ١٦ سم ، فإذا كان معدل انزلاق الساق مبتعدة عن حافة الأسطوانة ٢ سم/ث ، أوجد معدل انزلاق الساق على قاعدة الأسطوانة عندما تصل إلى نهاية قاعدتها .
« $\frac{٥}{٣}$ سم/ث »

٥ (أ) إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه (س ، ص) هو ٦ (١ - ٢س) وكان للمنحنى

نقطة حرجة عند س = ١ وللدالة قيمة صفري محلية تساوى ٤

① أوجد معادلة العمودى للمنحنى عند س = ١- «س - ١٢ ص + ١٠.٩ = ٠»

② ارسم شكلاً عاماً للمنحنى موضعاً القيم العظمى والصغرى ونقط الانقلاب إن وجدت.

(ب) أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المستوية المحصورة بالمنحنيات :

$$ص = س^٢ + ١ ، ص = ٠ ، س = ٠ ، س = ١$$

دورة كاملة حول محور السينات.

« $\frac{٢٢}{١٤} \pi$ وحدة حجوم »

امتحانات مصر في التفاضل والتكامل

دور أول ٢٠١٧

١

أجب عن الأسئلة التالية :

١ إذا كانت للدالة $y = \sin x + \frac{1}{\sin x}$ نقطة حرجة عند $x = 2$ فإن قيمة الثابت $a = \dots$

١ (د)

٢ (ج)

٣ (ب)

٤ (أ)

٢ إذا كان لمنحنى الدالة $y = \sin x - 4 \sin^2 x$ نقطة انقلاب عند $x = \frac{\pi}{3}$ فإن قيمة الثابت $a = \dots$

١ - (د)

 $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{4} -$ (ب) $\frac{1}{4}$ (أ)

٣ القيمة العظمى المطلقة للدالة $y = \sin x + \cos x$ في الفترة $[0, 2\pi]$ هي \dots

 $2\sqrt{2}$ (د)

١ (ج)

 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ب)

صفر (أ)

٤ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(أ) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية (إن وجدت) للدالة $y = (x - 2)(x - 3)$ عند $x = 2$

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة $y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$ في الفترة $[-1, 2]$

٥ $y = 2 \sin^2 x + \cos x$ عند $x = \dots$

(ب) $y = 2 \sin^2 x + \cos x$ عند $x = \dots$

(أ) $y = 2 \sin^2 x + \cos x$ عند $x = \dots$

(د) $y = 2 \sin^2 x + \cos x$ عند $x = \dots$

(ج) $y = 2 \sin^2 x + \cos x$ عند $x = \dots$

٦ في مستوى إحداثي متعامد رسم المستقيم AB يمر بالنقطة $C(2, 2)$ ويقطع الجزء الموجب لمحور السينات في النقطة A والجزء الموجب لمحور الصادات في النقطة B أوجد أصغر مساحة للمثلث OAB حيث O نقطة الأصل.

٧ إذا كانت $y = \sin x$ فإن $y'' = \dots$

١ - (د)

صفر (ج)

٢ (ب)

٤ (أ)

٨ أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين :

$y = \sin x$ ، $y = \cos x$ عند $x = 0$

٦٣

٩ أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x^2$ ، $y = 2 - x$ حول محور السينات دورة كاملة.

١٠ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :
(١) أوجد : $\left[\frac{x}{1+x} \right]_{x=0}^{x=1}$ (ب) أوجد : $\left[x^2 \log x \right]_{x=1}^{x=e}$

١١ إذا كانت : $d = (x) = 2x$ فإن : $d(2) = \dots$
(أ) $d(2)$ (ب) $d(2) - 2$ (ج) $d(2) - 2$ (د) $d(2) - 2$

١٢ $\left[\frac{\log x}{\log x} \right]_{x=1}^{x=e} = \dots$
(أ) $\frac{1}{2} + \log e$ (ب) $\frac{1}{2} + \log e$ (ج) $2 + \log e$ (د) $\log e + 1$

١٣ $\left[\tan x \right]_{x=0}^{x=\pi/2} = \dots$
(أ) $\log e + 1$ (ب) $\log e + 1$ (ج) $\log e + 1$ (د) $\log e + 1$

١٤ أوجد معادلة العمودي للمنحنى $y = 2 - x$ عند نقطة واقعة عليه وإحداثياتها السينية يساوى - ١

١٥ إذا كانت : $y = \tan\left(\frac{\pi}{6}x\right)$ ، $y = 3$ فإن : $\left(\frac{y}{x}\right)_{x=1}^{x=3} = \dots$
(أ) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{9}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ (د) $\frac{\pi}{4}$

١٦ ميل المماس للمنحنى $y = x^2$ عند النقطة (٣ ، ١) يساوى
(أ) 6 (ب) 3 (ج) $\frac{1}{6}$ (د) $\frac{1}{3}$

١٧ إذا كانت : $y = \frac{1+x}{1-x}$ ، $y = \frac{1-x}{1+x}$ فأوجد : $\frac{y}{x}$ عندما $x = 0$ = صفر

١٨ سقط حجر فى بحيرة ساكنة فتولدت موجة دائرية يتزايد طول نصف قطرها بمعدل ٤ سم/ث. أوجد معدل التغير فى مساحة سطح الموجة فى نهاية ٥ ثوان.

أجب عن الأسئلة التالية :

١ [فأ س ط س و س =]

(أ) $\frac{1}{6}$ فأ س + ث

(ج) $\frac{1}{4}$ ط س + ث

(ب) $\frac{1}{6}$ فأ س + ث

(د) $\frac{1}{4}$ ط س + ث

٢ أوجد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ١٢ سم.

٣ إذا كانت : د (س) = ما^٢ س فإن : $\left[\frac{\pi}{2} \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} د (س) و س = \dots$

(أ) ٤

(ب) ٢

(ج) صفر

(د) ١-

٤ أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين : ص = س^٢ ، ص = ٤ - س٥ أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين ص = س^٢ ، ص = ٢ - س حول محور السينات دورة كاملة.

٦ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :

(ب) أوجد : $\left[\frac{س}{س-2} \right]_{س=1}^{س=3}$

(أ) أوجد : $\left[\frac{س}{1+2س-3} \right]_{س=1}^{س=3}$

٧ إذا كانت : د (س) = فأ س فإن : $\left(\frac{\pi}{3} \right) د = \dots$

(أ) $2\sqrt{2}$

(ب) ٦

(ج) ٨

(د) ١٤

٨ إذا كانت : س = ٢ + ٢س ، ص = $\sqrt{2س}$ فإن : $\left(\frac{س}{س-1} \right) = \dots$

(أ) $\frac{2}{8}$

(ب) ٥

(ج) $\frac{8}{3}$

(د) ٦

٩ إذا كانت : ص = س ما س أثبت أن : س = $\frac{2س}{س-5} + \frac{س}{س-2} + ٢$ ص =

١٠ مستطيل طوله ٢٤ سم وعرضه ١٠ سم يتناقص طوله بمعدل ٢ سم/ث بينما يتزايد عرضه بمعدل ١.٥ سم/ث. أوجد معدل تغير مساحته بعد مضي ٤ ثوان ثم أوجد الزمن الذي تتوقف فيه المساحة عن التزايد.

$$11 \quad \text{نهـ} = \frac{1-s^2}{s^3} = \dots$$

- (أ) ٢ لوم ٢ (ب) $\frac{1}{4}$ لوم ٢ (ج) لوم $\frac{2}{3}$ (د) ٢ لوم ٢

$$12 \quad [4 \text{ س هـ} + 1 \text{ س} = \dots$$

- (أ) هـ س + ١ + ٢ (ب) هـ ٤ س + ١ + ٢ (ج) $\frac{1}{4}$ هـ س + ١ + ٢ (د) هـ ٢ س + ١ + ٢

$$13 \quad \left[\frac{\text{لوم س}^2}{\text{س لوم س}^2} = \dots \right]$$

- (أ) س لوم س + ١ + ٢ (ب) $\frac{2}{3}$ لوم س + ١ + ٢ (ج) $\frac{2}{3}$ لوم س + ١ + ٢ (د) $\frac{2}{3}$ لوم س + ١ + ٢

$$14 \quad \text{إذا كانت : ص} = (س^2 + ٥) \text{ س} \quad \text{أوجد : } \frac{ص}{س}$$

$$15 \quad \text{إذا كانت د : } [1, 4] \text{ ، د (س) = } س^2 - ٣ \text{ س فإن عدد النقط الحرجة للدالة د يساوى}$$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

$$16 \quad \text{إذا كان للمنحنى ص} = س^2 + ٩ س - ٢ \text{ س نقطة انقلاب عند (٣ ، -٩) فإن : } ٩ + ٢ = \dots$$

- (أ) ١٥ (ب) ٦ (ج) ٩ (د) ١٢

$$17 \quad \text{أكبر قيمة للمقدار } ٤ س - س^2 \text{ حيث } س \in [٠, ٤] \text{ هي}$$

- (أ) ٤ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٦

$$18 \quad \text{أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :}$$

(أ) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة د حيث د (س) = $س^3 - ٣ س^2 - ٩ س$ وأوجد كذلك نقط الانقلاب (إن وجدت) للدالة د

(ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة د حيث د (س) = $١٠ س - س^٢$ ، $س \in [٠, ٤]$

دور أول ٢٠١٨

٣

أجب عن الأسئلة التالية :

١ إذا كان $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ حيث $x, y \in \mathbb{R}^+$ ، $x \neq y$ فإن : $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$
 (أ) لو $\frac{1}{x}$ (ب) لو $\frac{1}{y}$ (ج) لو $\frac{1}{x+y}$ (د) لو $\frac{1}{x-y}$

٢ إذا كان : $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ ، $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ فإن : $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$
 (أ) $28 -$ (ب) $4 -$ (ج) 4 (د) 28

٣ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين ،
 (أ) أوجد : $\{x \in \mathbb{R}^+ : (x+1)^2 \leq x\}$ (ب) أوجد : $\{x \in \mathbb{R}^+ : (x-3)^2 \leq x\}$

٤ $\{x \in \mathbb{R}^+ : \theta = \theta\}$
 (أ) لو $\theta + \theta$ (ب) لو $\theta + \theta$ (ج) لو $\theta + \theta$ (د) لو $\theta + \theta$

٥ $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$
 (أ) $\pi -$ (ب) صفر (ج) π (د) $\pi - 2$

٦ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين ،
 (أ) أوجد القيم العظمى المحلية والصغرى المحلية للدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2x$ وكذلك نقط الانقلاب لمنحنى الدالة «إن وجدت».
 (ب) أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة $f(x) = x^3 - 12x^2 + 12x$ في الفترة $[-1, 4]$

٧ إذا كانت $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ وكانت $f(3) = 5$ فإن : $f(3) = 5$
 (أ) $50 -$ (ب) 4 (ج) 15 (د) 27

٨ منحنى الدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$ يكون محدباً لأعلى في الفترة
 (أ) $[-1, 2]$ (ب) $[-\infty, 0]$ (ج) $[0, \infty]$ (د) $[-2, 1]$

٩ أوجد معادلتى المماس والعمودى للمنحنى $S = \cos \theta$ ، $S = \sin \theta$ عند $\theta = \frac{\pi}{6}$

١٠ إذا كان : $S = \sin \theta + \cos \theta$ ، فأثبت أن : $\frac{S}{\cos \theta} - \frac{S}{\sin \theta} = 4$ متى $S = 2$ $\cos \theta$ خاص

١١ إذا كان : $S = 2\cos^2 \theta - 10\sin^2 \theta + 36\cos \theta + 1$ ، $S = 11 - 8\sin^2 \theta - 2\cos \theta$

فإن هذا المنحنى له مماس رأسى عندما $\theta = \dots$

٨ (د)

٦ (ج)

٢، ١، ٢ (ب)

٤ (ا)

١٢ إذا كانت : د دالة بحيث د (س) = $2 - S + 6$ فإن جميع العبارات الآتية صحيحة ما عدا

(ا) منحنى الدالة د يكون محدباً لأعلى فى الفترة $[-\infty, \infty]$

(ب) الدالة د لها قيمة صغرى محلية عند $S = 2$

(ج) منحنى الدالة د ليس له نقط انقلاب.

(د) الدالة د تناقصية فى الفترة $[2, \infty]$

١٣ إذا كانت : $S = 2 - S + 6$ ، $S = 2 - S + 6$ ، فأثبت أن : $\frac{1}{\cos \theta} = \frac{S}{\sin \theta}$

١٤ أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحددة بالمنحنى $S = 2 + \cos^2 \theta$ ، ومحور السينات والمستقيمين $S = 2$ ، $S = -2$ دورة كاملة حول محور السينات.

١٥ نهبا $\frac{1 - \sqrt{2}}{3} = \dots$

٣ (د) ٢ لوم

٢ (ج) لوم

٢ (ب) لوم

٣ (ا) لوم

١٦ إذا كان : د (س) = $(S - 4) - \log S$ حيث ٤ ثابت وكان لمنحنى الدالة نقطة حرجة عند $S = 4$ فإن : \dots

٢ (د)

٤ (ج)

صفر (ب)

١ (ا)

١٧ قطعة معدنية على شكل قطاع دائرى مساحته ٤ سم^٢ أوجد طول نصف قطر دائرة القطاع الذى يجعل محيطه أقل ما يمكن ، وما قياس زاويته عندئذ ؟

١٨ أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $S = 4 - S^2$ والمستقيم $S = 2 + S$

دور ثان ٢٠١٨

٤

أجب عن الأسئلة التالية :

١ إذا كان : د (س) = $\sqrt{2س - ٢س - ٢س}$ فإن : د $\left(\frac{\pi}{4}\right) = \dots\dots\dots$ (أ) ٢٢ (ب) ١ (ج) صفر (د) ١ -

٢ إذا كان للمنحنى : ص = $(٢ - س - ٢) + ٤$ نقطة انقلاب عند س = ٥ فإن : ٢ = $\dots\dots\dots$ (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ١٠

٣ بحيرة ملوثة بالبكتريا يتم معالجتها بمضاد للبكتريا ، إذا كان عدد البكتريا g في كل ١ سم^٣ بعد t يوم يعطى بالعلاقة $g(t) = ٢٠ - \left[\left(\frac{t}{١٢}\right) - \text{لوم}\right]$ حيث : $١٥ \geq t \geq ١$ (أ) متى يكون عدد البكتريا أقل ما يمكن خلال هذه الفترة ؟ (ب) ما هو أقل عدد من البكتريا خلال هذه الفترة ؟

٤ أوجد حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين ص = $٢س$ ، ص = $٣ - س$ دورة كاملة حول محور السينات.

٥ إذا كان : ص = $h(١ + \text{لوم } س)$ فإن : $\frac{ص}{س} = \dots\dots\dots$ (أ) س (ب) $hس$ (ج) h (د) ١

٦ إذا كان : $\frac{١}{١ - س} = \frac{٢س}{س + ١} + \frac{١}{س + ١}$ فإن : $\dots\dots\dots$ (أ) ١ - (ب) صفر (ج) ١ (د) ٤

٧ أجب عن إحدى الفقرتين الآتيتين :
(أ) أوجد : $\int س (س + ٢) س^٦ دس$
(ب) أوجد : $\int (س + ٥) ه س دس$

٨ إذا كان : $\frac{٢ + س}{١ + س} = \dots\dots\dots$ (أ) $١ + \text{لوم } (س + ١) + ث$ (ب) $س - \text{لوم } |س + ١| + ث$ (ج) $س + \text{لوم } (س + ١) + ث$ (د) $س + \text{لوم } |س + ١| + ث$

٢ (٥)

⑦ -

③ $-\frac{1}{2}$

① صفر

(١) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية (إن وجدت) للدالة $د$ حيث $د(س) = س^4 - ٢س^٢$

(ب) أوجد القيم العظمى المطلقة والقيم الصغرى المطلقة للدالة $d(s) = \frac{s^4}{s^2 + 1}$ في الفترة $[-1, 3]$

۱۱ نہی $\left(\frac{1}{x} + 1 \right) = x^2$ $\leftarrow \infty$

٢ (ج)

ج (ج)

٢ (٧)

1 (i)

١٢ إذا كان لمنحنى الدالة d : $d(s) = 4s^2 + 12s + 1$ نقطة حرجة عند $s = 2$ فإن $a = \dots\dots\dots$

٢ (٧)

١ - (ج)

٢ - ٥

۱۲ (۱)

١٢ أوجد معادلتى المماس والعمودى للمنحنى $v = 2 + \sqrt{a}$ عند النقطة التى تقع على المنحنى وإحداثياتها السينية يساوى $\frac{\pi^2}{2}$

١٤ أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحني $y = \sqrt{2x}$ والمستقيم $y = x$ من

١٥ إذا كان : ص = $2\sqrt{7} + 7$ ، $6 = \sqrt{2} - 4$ فإن معدل تغير ص بالنسبة إلى $\sqrt{2}$ يساوي

۱۲ (۵)

٦ (ج)

ۛۛۛ (ب)

۷۲ (۱)

منحني الدالة d حيث $d = (s) = (s - 2)h$ يكون محدباً لأسفل في الفترة

(۱) $-\infty, \infty$ (ب) $[-1, 2]$ (ج) $[-1, 2]$ (د) $[-\infty, \infty]$

١٧ إذا كان : ما س = س ص فأنبت أن : س^٢ (ص + ص) + ٢ ما س = ٢ ص

١٨ إذا كان: $s = 2 - \text{لوم} + 2 \text{ لوم} s$ ، $\frac{s}{2s} = 6$ ، $s = 2$ ، $s = \text{صفر}$
 فأوجد: $\frac{s}{2s}$

أجب عن الأسئلة التالية :

١ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = 2 - x^2$ ، والمستقيم $y = 8$ من دورة كاملة حول محور السينات يساوي

- (أ) $\pi [(8 - 2)^2 - 2^2]$ (ب) $\pi [(8 - 2)^2 - 2^2]$
 (ج) $\pi [(8 - 2)^2 - 2^2]$ (د) $\pi [(8 - 2)^2 - 2^2]$

٢ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = x^2$ ، والمستقيمان $y = 0$ ، $y = 2$ تساوي وحدة مساحة.

- (أ) ٨ (ب) ٤ (ج) ٢ (د) ١

٣ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

- (أ) استخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد : $\int_0^2 x \sqrt{2 - x^2} dx$
 (ب) أوجد : $\int_0^2 x \sqrt{2 - x^2} dx$

٤ الدالة $d : D \rightarrow \mathbb{R}$ ، $d(x) = 4 - x^2$ لها

- (أ) قيمة صغرى محلية وقيمتان عظمى محلية.
 (ب) قيمتان مختلفتان صغرى محلية وقيمة عظمى محلية.
 (ج) قيمتان صغرى محلية وليس لها قيم عظمى محلية.
 (د) قيمتان متساويتان صغرى محلية وقيمة عظمى محلية.

٥ إذا كانت d دالة حيث : $d(x) = \frac{x}{\ln x}$ فإن القيمة الصغرى المحلية للدالة d تساوي

- (أ) $\frac{1}{e}$ (ب) $\frac{1}{e}$ (ج) $\ln e$ (د) $e - 1$

٦ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

- (أ) أوجد : قيم كل من f ، g إذا كان لمنحنى الدالة $y = x^2 + 4x + 3$ نقطة انقلاب عند النقطة $(-2, 9)$ ثم عين القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة.

- (ب) أوجد : القيم القصوى المطلقة للدالة d حيث : $d(x) = 2x^2 - x^3$ ، $x \in [-2, 1]$

$$\text{نهـا} = \frac{1 - \frac{1}{s}}{\frac{1}{s}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{د} \quad 2 \text{ لوم } \frac{1}{s}$$

$$\text{ج} \quad 2 \text{ لوم } \frac{1}{s}$$

$$\text{ب} \quad 22$$

$$\text{ا} \quad 2$$

$$\text{اذا كانت : ص} = (h - s \text{ لوم } s) \quad \text{فإن : } \frac{h}{s} = \dots\dots\dots$$

$$\text{ب} \quad h = \left(\frac{1}{s} - \text{لوم } s \right)$$

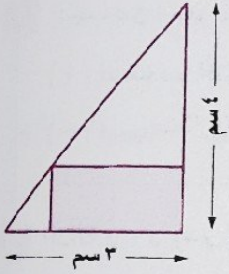
$$\text{ا} \quad h = \left(\frac{1}{s} - \text{لوم } s \right)$$

$$\text{د} \quad h = \left(\frac{1}{s} + \text{لوم } s \right)$$

$$\text{ج} \quad h = \frac{s}{\text{لوم } s}$$

٩ أوجد : معادلة المماس للمنحنى

ص = 3 - 2 لوم s عند النقطة (1, 3) الواقعة عليه.



١٠ أوجد : أبعاد المستطيل المرسوم

داخل المثلث الموضح بالشكل

بحيث تكون مساحته أكبر ما يمكن.

$$\text{اذا كانت : ص} = \frac{1}{s} \quad \text{فإن : } \frac{h}{s} = \dots\dots\dots$$

$$\text{ب} \quad h = \text{ص طاس}$$

$$\text{ا} \quad h = \frac{1}{s} \cdot \text{طاس}$$

$$\text{د} \quad h = \text{ص}$$

$$\text{ج} \quad h = \text{ص طاس}$$

١٢ ميل المماس للمنحنى $\sqrt{4\pi \text{ ص}}$ = 3 + 1 عند النقطة $\left(\frac{1}{3}, \frac{\pi}{4} \right)$ يساوى

$$\text{د} \quad 3 -$$

$$\text{ج} \quad 3$$

$$\text{ب} \quad \text{صفر}$$

$$\text{ا} \quad \frac{\pi^2 -}{4}$$

١٣ تسقط قطرة مطر كروية وتصل إلى طبقة هواء جاف وتبدأ فى التبخر بمعدل يتناسب مع مساحة سطحها

أثبت : أن نصف قطر قطرة المطر يتناقص بمعدل ثابت.

علمًا بأن المساحة (م) = $4\pi \text{ نق}^2$ ، الحجم (ح) = $\frac{4}{3}\pi \text{ نق}^3$

١٤ إذا كانت : $v = \frac{10 - \text{مئاس}}{s}$ أثبت أن : $s = \frac{v^2}{2} + \frac{v^2}{2s} = \text{مئاس}$

١٥ لو $\frac{s^2}{s} = s$

١) $2s + \text{ث}$

ب) $\frac{s}{3} + \text{ث}$

ج) $\frac{2}{s} + \text{ث}$

د) $2s^2 + \text{ث}$

١٦ إذا كانت : د دالة حيث : $d(s) = \frac{1 + s^2}{s}$ فإن الدالة تكون تناقصية في

١) $[-\infty, -1]$ فقط

ب) $[-1, \infty]$ ، صفر ، $[-1, \infty]$ ، $[\infty, \infty]$

د) $[-\infty, -1]$ ، $[-1, \infty]$ ، صفر ، $[\infty, \infty]$

ج) $[-1, \infty]$ ، صفر ، $[-1, \infty]$ فقط

١٧ إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه (س ، ص) يساوى (٢ قُتًا س) حيث ٢ ثابت

أوجد : معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطتين $(\frac{\pi}{4}, 0)$ ، $(\frac{\pi}{2}, 1)$

١٨ أوجد : $[1, 4] - s - 4s$ (اكتب خطوات الحل)

دور ثان ٢٠١٩

٦

أجب عن الأسئلة التالية :

- ١ إذا كانت : ص = قأ $\frac{\pi}{4}$ + قأ $\frac{\pi}{4}$ فإن : $\frac{\pi}{4}$ =
 (أ) $\frac{1}{4}$ قأ $\frac{\pi}{4}$ طا $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{1}{4}$ قأ $\frac{\pi}{4}$ طا $\frac{\pi}{4}$
 (ج) $\frac{1}{4}$ قأ $\frac{\pi}{4}$ طا $\frac{\pi}{4}$ + $\frac{1}{4}$ قأ $\frac{\pi}{4}$ طا $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{1}{4}$ قأ $\frac{\pi}{4}$ طا $\frac{\pi}{4}$

- ٢ مشتقة (س - ما س) بالنسبة إلى (١ - ما س) عند س = $\frac{\pi}{4}$ يساوى
 (أ) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (د) $\frac{1}{2}$

- ٣ أ ب ح مثلث فيه أ ح = ٧ سم ، ب ح = ٢ سم ، أ ب = س سم ، و (د أ ب ح) = θ
 إذا كان : $\frac{\theta}{\pi} = 1.2$ / دقيقة عندما $\frac{\pi}{4} = \theta$ فأوجد : $\frac{\pi}{4}$ عند هذه اللحظة.

- ٤ إذا كانت : ص = قأ س فأثبت أن : ص $\frac{\pi}{4}$ + ص $\frac{\pi}{4}$ = ص (٢ ص - ٢ ص)

- ٥ نهبا $\frac{1-s^2}{s^3} = \dots\dots\dots$
 (أ) ٢ لوم ٢ (ب) $\frac{1}{3}$ لوم ٢ (ج) $\frac{2}{3}$ لوم ٢ (د) ٢ لوم ٢

- ٦ إذا كانت : ص = لوم (١ + هـ^٢ س) فإن : $\frac{\pi}{4}$ =
 (أ) $\frac{1}{1+h^2+s^2}$ (ب) $\frac{h^2+s^2}{1+h^2+s^2}$ (ج) $\frac{2}{1+h^2+s^2}$ (د) $\frac{2h^2+s^2}{1+h^2+s^2}$

- ٧ أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = لوم $[2 - \sqrt{2} \text{ ما س}]$ عند النقطة التي تقع عليه وإحداثيها السيني = $\frac{\pi}{4}$

- ٨ أوجد : العدد الموجب الذي مجموع معكوسه الضربى وأربعة أمثاله مربعه أصغر ما يمكن.

- ٩ [طا س . س =
 (أ) لوم أ ح س + ث (ب) - لوم أ ح س + ث
 (ج) قأ س + ث (د) لوم أ ح س + ث

١٠ إذا كانت د دالة حيث : د (س) = $\frac{2}{3}(4 - س^2)$ فإن الدالة تكون تناقصية في

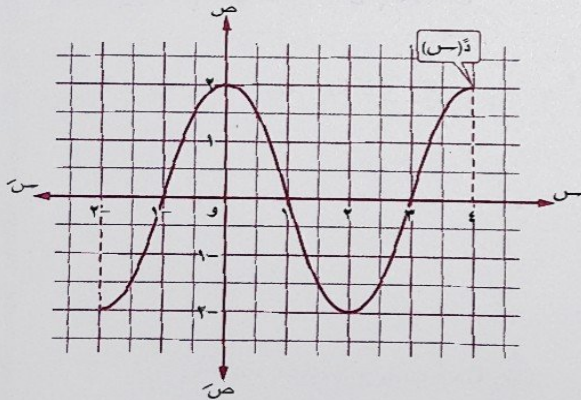
(أ) $[-\infty, 2]$ ، $[-2, \infty]$ (ب) $[-2, 0]$ ، $[0, 2]$ (ج) $[-\infty, 2]$ فقط (د) $[-2, 0]$ فقط

١١ إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة (س ، ص) عليه يساوى $(س \sqrt{1+س})$ فأوجد : معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطة (صفر ، $\frac{11}{10}$)

١٢ إذا كان : د (س) = $\begin{cases} س^2 + س^2 ، & \text{عندما } س > \text{صفر} \\ س^2 - س^2 ، & \text{عندما } س \leq \text{صفر} \end{cases}$ فأوجد : $[-1, 3]$ د (س) و س (اكتب خطوات الحل)

١٣ إذا كان للدالة د : د (س) = $2س^2 - 4س + 3$ قيمة قصوى محلية عند (١ ، ٢) فإن : $4 + س =$

(أ) ١ (ب) $\frac{5}{4}$ (ج) $-\frac{2}{3}$ (د) $\frac{2}{3}$



١٤ إذا كان الشكل المقابل :

يمثل منحنى د (س) للدالة د حيث $2 \leq س \leq 4$ فإن منحنى الدالة يكون محدباً لأعلى في

(أ) $1 > س > -1$ (ب) صفر $> س > 2$ (ج) $2 - > س > -1$ فقط (د) $2 - > س > 1$ ، $1 - > س > 3$

١٥ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) إذا كان منحنى الدالة ص = $4س^2 - 3س + 2$ له نقطة انقلاب عند (١ ، ٤)

فعين : قيم كل من ٢ ، ٤

ثم عين : القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة.

(ب) أوجد : القيم القصوى المطلقة للدالة

د : د (س) = $2س - س^2$ ، $س \in [-2, 1]$

١٦ حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = x^2$ ، المستقيم $y = 3$ من دورة كاملة حول محور السينات يساوى

أ) $\pi [(3 - x^2)^2]$. د .

ب) $\pi [(9 - x^2)^2]$. د .

ج) $\pi [(x^2 - 9)^2]$. د .

د) $\pi [(x^2 - 3)^2]$. د .

١٧ مساحة المنطقة المحصورة بين المستقيمتين $y = x$ ، $y = 2$

، $y = 0$ تساوى وحدة مساحة.

أ) ٤

ب) ٢

ج) ١

د) $\frac{1}{2}$

١٨ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) استخدم التكامل بالتجزئ لإيجاد $\int_0^1 x \ln x \, dx$.

(ب) أوجد : $\int_0^1 x \ln x \, dx$.

أجب عن الأسئلة التالية :

١ $\left\{ \frac{9+s}{s^2+s} \right\} \text{ و } s = \dots\dots\dots$

ب) 2 لوم $|s-2| + |s+1|$ ث

أ) لوم $|s-2| + |s+1|$ ث

د) 2 لو $|s-2| + |s+1|$ ث

ج) $\frac{1}{3}$ لوم $|s-2| + |s+1|$ ث

٢ منحنى الدالة $d : (s) = s^2 - 9s - 120$ يكون محدبًا لأسفل عندما $s \in \dots\dots\dots$

ب) $[-4, 10]$

أ) $[-4, \infty) \cup [10, \infty)$

د) $[-2, \infty)$

ج) $[2, \infty)$

٣ أوجد : معادلة المنحنى الذي يمر بالنقطة $(1, 0)$ وميل المماس له عند أي نقطة عليه يساوي s ثم

٤ أوجد مبينًا خطوات الحل : $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \left[\frac{\pi}{2} - \dots\dots\dots \right]$ ما $s + \sin(s)$ و s

٥ إذا كان لمنحنى الدالة $d : (s) = s^2 + 2s + 4$ ، $s \in \dots\dots\dots$ نقطة انقلاب عند $s = 2$

فإن $s = \dots\dots\dots$

د) ٩

ج) ٦

ب) ٣

أ) ٦

٦ الدالة $d : (s) = \frac{s}{1-s}$ ، $s \in [2, 4]$ لها $\dots\dots\dots$

ب) قيمة صغرى مطلقة عند $s = 2$

أ) قيمة عظمى مطلقة عند $s = 4$

د) قيمة عظمى مطلقة عند $s = 2$

ج) قيمة صغرى مطلقة عند $s = 1$

٧ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(أ) عين فترات التزايد والتناقص والقيم الصغرى المحلية والعظمى المحلية

للدالة $d : (s) = 2s^2 - 9s + 12$ س

(ب) عين فترات التحذب لأعلى وفترات التحذب لأسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت)

للدالة $d : (s) = s^4 - 6s^2 + 16$ س

٨ إذا كان : س = ط ، θ فإن : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ط}}{\text{ص}}$ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ (د)

(ج) $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

(ب) $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$

(أ) س ص

٩ إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ط}}{\text{ص}}$ ، ص = ٣ عند س = $\frac{\pi}{4}$ فإن : ص = $\frac{\pi}{4}$ (د) ٢ ط س

(ج) ٣ ط س

(ب) ١ ط س

(أ) ٢ - ط س

١٠ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(ب) أوجد : [س ما س و س

(أ) أوجد : [(س + ١) (س + ٢) و س

١١ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = [(١ - \text{س}) (١ + \text{س})]$ (د) $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ ٢ ط س

(ج) ٢ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$

(ب) ٢ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ ط س

(أ) $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ ط س

١٢ إذا كان س ص + ٢ س ص = ٨ فإن قيمة ص عند النقطة (١ ، ٢) تساوى (د) $\frac{٤}{٣}$

(ج) ١ -

(ب) $\frac{١}{٣}$

(أ) $\frac{٥}{٣}$

١٣ طائرة تطير أفقياً على ارتفاع ٣٠٠٠ متر من سطح الأرض وبسرعة ٤٨٠ كم/س. وتمر مباشرة فوق محطة رصد على الأرض.

أوجد : معدل تغير المسافة بين الطائرة ومحطة الرصد بعد ٣٠ ثانية.

١٤ إذا كانت : ص = ١ هـ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ ، حيث ١ ثابت ، أثبت أن : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ط}}{\text{ص}}$ (د) ٢ س + ٣ س

١٥ نهـ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \left(\frac{١}{\text{س}} + ١ \right) \frac{\text{س}}{\text{ص}}$ (د) ٢ هـ

(ب) هـ

(أ) هـ

(د) ٢ هـ

(ج) $\frac{١}{٣}$ هـ

١٦ إذا كان : ص = س ما س فإن : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ط}}{\text{ص}}$ (د) ص ما س ما س

(ب) (ما س) (س) ما س - ١

(ج) ص $\left(\frac{\text{ما س}}{\text{س}} + \text{لو س ما س} \right)$

(د) $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ما س ما س

١٧ أوجد : معادلتى المماسين للمنحنى ص = س + ٣ س - ٢ والعموديين على المستقيم : س + ٦ ص = ١

١٨ أوجد : أكبر حجم لمتوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ومساحة سطحه الكلية تساوى ١٥٠ سم^٢.

دور ثان ٢٠٢٠

٨

أجب عن الأسئلة التالية :

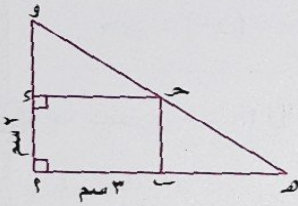
١ نهيا $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{x} + 1 \right) = \dots\dots\dots$

- (أ) ٥ هـ (ب) ٥ هـ (ج) ٥ هـ (د) ١ هـ

٢ إذا كان : ص = لو هـ | ح = ص فإن : $\frac{y}{x} = \dots\dots\dots$

- (أ) طاس لو هـ ١٠ (ب) طاس (ج) طاس لو هـ (د) طاس

٣ أوجد : معادلتى المماسين للمنحنى $x^2 + y^2 = 8$ والعموديين على المستقيم : ص = ٤ - س



٤ فى الشكل المقابل :

أ ب ح د مستطيل فيه :

أ ب = ٣ سم ، ب ح = ٢ سم

رسم مستقيم يمر بالنقطة ح ويقطع أ ب فى هـ ، أ د فى و

أوجد : أصغر مساحة للمثلث هـ و

٥ $\{ \text{مساحة هـ ماس} + ٣ \text{ س} + ٢ \text{ س} \} = \dots\dots\dots$

- (أ) هـ ماس + ٣ س + ٢ هـ (ب) هـ ماس + ٣ س + ٢ هـ
(ج) هـ ماس + ٣ س + ٢ هـ (د) هـ ماس + ٣ س + ٢ هـ

٦ الدالة د : د (س) = $س^2 + ٣س - ٩$ س يكون لها $\dots\dots\dots$

- (أ) قيمة صغرى محلية عند النقطة (٠ ، ٠) (ب) نقطة انقلاب عند (١ ، ٥)
(ج) نقطة انقلاب عند (١ ، ١١) (د) قيمة صغرى محلية عند النقطة (٣ ، ٢٧)

٧ أوجد : معادلة المنحنى الذى يمر بالنقطة (١ ، ٢) والذى ميل المماس له عند أى نقطة عليه يساوى $\frac{1}{س+١}$

س ، ص ≠ ٠

٨ أوجد مبيئاً خطوات الحل : $\{ \pi + ٤ \text{ ماس} + ٢ س \} س$

٩ إذا كان لمنحنى الدالة د نقطة انقلاب عند $s = 1$

حيث د (س) = $s^3 + 2s^2 + 4s + 1$ ، فإن : د =

٦ - (د)

٢ - (ج)

٦ (ب)

٢ (ا)

١٠ الدالة د : د (س) = $s + \frac{1}{s}$ ، $s \in [2, \frac{1}{2}]$ لها

(ب) قيمة صغرى مطلقة عند $s = \frac{1}{2}$

(ا) قيمة صغرى مطلقة عند $s = 1$

(د) قيمة صغرى مطلقة عند $s = 2$

(ج) قيمة عظمى مطلقة عند $s = -1$

١١ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(ا) عين فترات التزايد والتناقص والقيم العظمى المحلية والصغرى المحلية للدالة د

حيث د (س) = $s^3 + 2s^2 - 9s - 7$

(ب) عين فترات التحذب لأعلى وفترات التحذب لأسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) للدالة د

حيث د (س) = $s^3 - 2s^2$

١٢ إذا كانت : س = θ^2 ، ص = $\theta^2 \ln \theta$ حيث θ ثابت فإن : $\frac{ص}{س} = \dots$

(د) $\frac{2}{3} \ln \theta$

(ج) $\frac{2}{3} \ln \theta^2$

(ب) $\frac{2}{3} \ln \theta$

(ا) $\theta \ln \theta$

١٣ إذا كان : θ^2 د (س) و $s = 4$ فإن : θ^2 د (س) = $(1 - s)$ و س =

٨ - (د)

٩ (ج)

١١ (ب)

١٢ (ا)

١٤ أجب عن أحد السؤالين التاليين فقط :

(ب) أوجد : $\int s \ln s \, ds$

(ا) أوجد : $\int s (s + 2)^6 \, ds$

١٥ إذا كان : ص = $s^2 + s + 1$ فإن :

(ب) $ص - ص^2 = s^2 + s + 1$

(ا) $ص + ص^2 = s^2 + s + 1$

(د) $ص - ص^2 = s^2 + s + 1$

(ج) $ص + ص^2 = s^2 + s + 1$

١٦ إذا كان : $s^2 + s + 2 = ص$ صفر فإن : $\frac{ص}{س} = \dots$

(ب) $\frac{s^2 + s + 2}{s^2 + s + 2}$

(ا) $\frac{s^2 + s + 2}{s^2 + s + 2}$

(د) $\frac{s^2 - 2}{s^2 + s + 2}$

(ج) $\frac{s^2 + s + 2}{s^2 + s + 2}$

١٧ غادرت سيارة نقطة ثابتة في اتجاه الشمال بسرعة ٣٠ كم/س. وبعد ساعة غادرت سيارة أخرى نفس النقطة في اتجاه الغرب بسرعة ٨٠ كم/س.
أوجد معدل تغير المسافة بين السيارتين بعد ساعة من تحرك السيارة الثانية.

١٨ إذا كانت : $v = s^2 + s^2$ ، أثبت أن : $\frac{dv}{ds} = 9(s - s^2) + 2$

دور أول ٢٠٢١

٩

أجب عن الأسئلة التالية :

- ١ إذا كانت : $s \in \mathbb{R}^+$ فإن أصغر قيمة للمقدار $\sqrt{s} + \frac{1}{s}$ هي
 (أ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ب) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ج) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (د) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- ٢ إذا كانت الدالة : $f(s) = \frac{s}{s^2 - 2s + 1}$ ، $s \in \mathbb{R}$ حيث θ ثابت.
 (أ) لوم $|s - 1| - \frac{1}{s - 1}$ (ب) لوم $|s - 1| + \frac{1}{s - 1}$
 (ج) لوم $|s - 1| + (s - 1)^2$ (د) لوم $|s - 1| + \frac{1}{s - 1}$

- ٣ إذا كانت الدالة : $f(s) = \frac{1}{s} + s$ ، $s \in \mathbb{R}$ ، $\frac{\pi}{4}$ فإن الدالة
 (أ) لها قيمة صغرى محلية عند $s = \frac{\pi}{4}$ (ب) لها قيمة عظمى محلية عند $s = \frac{\pi}{4}$
 (ج) ليس لها قيمة عظمى محلية في هذه الفترة. (د) لها قيمة عظمى محلية عند $s = \frac{\pi}{2}$

- ٤ القيمة الصغرى المطلقة للدالة : $f(s) = \sqrt{s^2 + 9}$ ، $s \in [-2, 2]$ هي
 (أ) $2\sqrt{2}$ (ب) $2\sqrt{3}$ (ج) ٣ (د) ٢

- ٥ إذا كانت د ، r دوال كثيرة الحدود ، $d(s) = s^2 + r(s)$ وكان : $r(1) = 1$ ، $d(1) = 6$
 وكان لمنحنى الدالة د نقطة انقلاب هي (١ ، ٥) حيث r ، d ثوابت فإن : $d - r = \dots$
 (أ) ١١ (ب) ٥ (ج) ١١ (د) ٥

- ٦ معادلة العمودى على المماس للمنحنى $s = \text{لوم } \pi$ عند نقطة واقعة على المنحنى وإحداثيها السيني يساوى $\frac{\pi}{4}$ هي
 (أ) $4 - s = 8 - \pi$ (ب) $8 + s = 4 - \pi$
 (ج) $4 + s = 2 - \pi$ (د) $4 - s = 2 - \pi$

- ٧ إذا كانت د دالة زوجية ومتصلة على \mathbb{R} وكان : $f(2) = 22$ ، $f(s) = s^2$ د (س) $s = 2$
 فإن : $f(s) = s^2$ د (س) $s = 2$
 (أ) ٢ (ب) ٢٢ (ج) ٢ (د) ٢٢

٨ إذا كانت : د (س) = $س^2 - ٢س - ٤$ فإن الدالة د تكون تناقصية عندما

- (أ) $|س| > ١$ (ب) $|س| < ١$ (ج) $س < ١$ (د) $س > ١$

٩ $\frac{٢س^٢ + س}{س} = س + \dots\dots\dots$ حيث ث ثابت.

- (أ) $س + ٢س - هـ$ (ب) $س - ٢س - هـ$ (ج) $٢ + لوم هـ$ (د) $٢ - هـ - س$

١٠ المماس للمنحنى : س = ما ٢ θ ، ص = ما ٢ θ عندما $\theta = ٠$ = صفر يكون

- (أ) موازى لمحور الصادات (ب) موازى لمحور السينات
(ج) موازى للمستقيم ص = س (د) موازى للمستقيم ص = - س

١١ إذا كانت : ع = د (هـ) حيث ع ، هـ $\exists ع^+$ وكان معدل تغير ع بالنسبة ل هـ يتناسب عكسياً مع هـ

وكانت د (١) = ٢٠٠ ، د $(\sqrt{٢}) = \frac{٧}{٣}$ فإن : د (٣) =

- (أ) ١٠٠ لوم (٣ هـ) (ب) ٢٠٠ لوم (٩ هـ)
(ج) ١٠٠ لوم (٣ + هـ) (د) ٢٠٠ لوم (٩ + هـ)

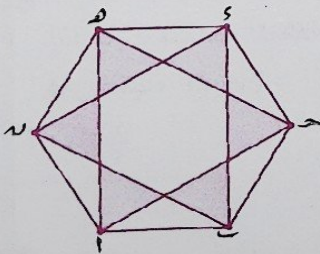
١٢ إذا كانت : ص = $\sqrt{٢(فاس + طاس)}$ حيث س \exists ، $\frac{\pi}{٢}$ فإن : $\frac{١}{ص} = \frac{٤}{(ص)}$ =

- (أ) ٢ فاس (ب) $\frac{١}{٢} - فاس$ (ج) $\frac{١}{٢} فاس$ (د) $٢ - فاس$

١٣ $\frac{٢س}{س لوم س} = س + \dots\dots\dots$ حيث ث ثابت.

- (أ) ٢ لوم الوم س (ب) $\frac{١}{٢} لوم الوم اس$ (ج) لوم الوم اس (د) لوم اس

١٤ في الشكل المقابل :



٢ سم هو هـ سداسى منتظم ،

إذا كان طول ضلعه يزداد بمعدل $\sqrt{٣}$ سم/ث

فإن معدل التغير فى مساحة الجزء المظلل بالنسبة للزمن

يساوى سم^٢/ث

عند اللحظة التى يكون فيها طول ضلعه ٤ سم.

- (أ) ١٢ (ب) ٨ (ج) $\sqrt{١٢}$ (د) $\sqrt{٨}$

١٥

إذا كانت : $\frac{1}{(1+s)^2} = \text{ص}$ فإن معدل تغير $\frac{1}{(1+s)^2}$ بالنسبة إلى s^2 عند $s = 1$ يساوي

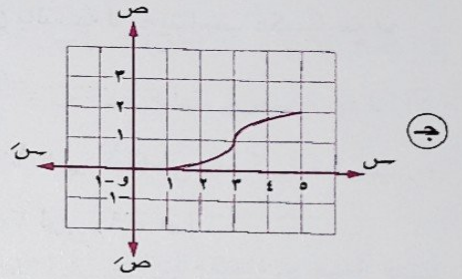
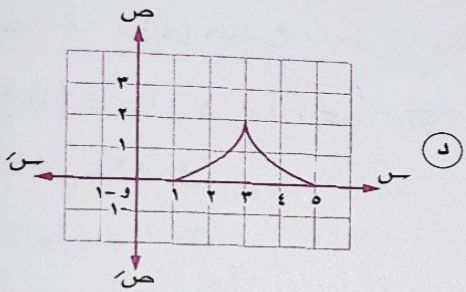
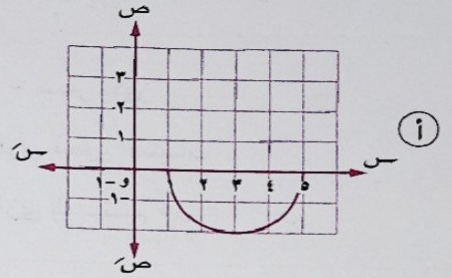
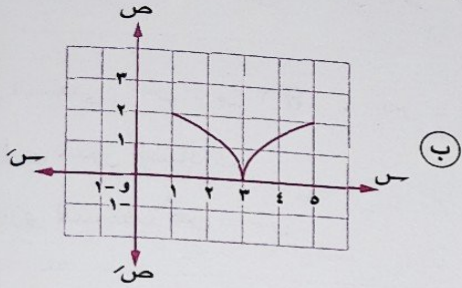
د $\frac{1}{4}$

ج $\frac{1}{2}$

ب $\frac{1}{4}$

أ $\frac{1}{2}$

١٦ إذا كانت د دالة متصلة على الفترة $[0, 5]$ ، د (٣) غير معرفة د (س) < 0 لكل $s \neq 3$ فإن الشكل الذي يُمكن أن يمثل منحنى الدالة د (س) هو



١٧

إذا كانت $\text{ص} = s^3 - 4$ وكان : $\text{ص}^2 = \text{م} = s^2$ حيث $s \neq 0$ فإن : $\text{م} = \dots$

د $\frac{1}{2}$

ج $\frac{1}{3}$

ب $\frac{1}{4}$

أ $\frac{1}{6}$

١٨

إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين : $\text{ص} = s^2$ ، $\text{ص} = s$ حيث $s < 0$ تساوي $\frac{9}{4}$ وحدة مربعة فإن : $\text{ل} = \dots$

د $\frac{1}{12}$

ج $\frac{1}{6}$

ب $\frac{1}{3}$

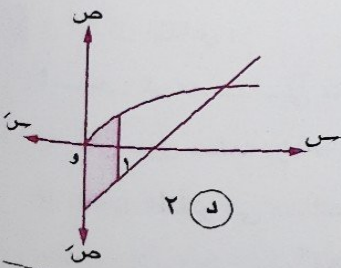
أ $\frac{1}{9}$

١٩

الشكل المقابل يمثل منحنى الدالتين : $\text{ص} = 4 - s^2$ ، $\text{ص} = \sqrt{2s}$ ،

إذا كانت مساحة المنطقة المظلة تساوي $\frac{13}{4}$ وحدة مربعة

فإن : قيمة الثابت $\text{ل} = \dots$



د $\frac{1}{2}$

ج $\frac{1}{4}$

ب $\frac{1}{1}$

أ $\frac{1}{2}$

٢٠

معادلة المماس للمنحنى : $\text{ص} = \text{ص}$ عند النقطة (١ ، ١) الواقعة عليه هي

د $\text{ص} - \text{ص} = 0$

ج $\text{ص} - 1 = 0$

ب $\text{ص} + \text{ص} = 2$

أ $\text{ص} - 1 = 0$

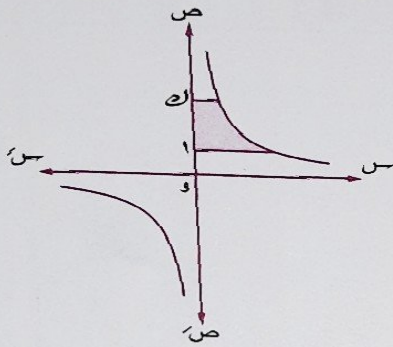
٢١ إذا كانت $s = \frac{e}{s} - 3$ وكانت $s = 1$ عندما $s = -2$

فإن العلاقة بين s ، s هي

١ $|s| = |s + 3|$ (أ)

ج $s + 1 = s$ (ب)

د $s + 2 = s$ = صفر



٢٢ إذا كان حجم الجسم الناشئ من دوران المنطقة المظللة

والمحددة بالمنحنى $s = 3$ والمستقيمين $s = 1$

، $s = 1$ ومحور الصادات دورة كاملة حول محور

الصادات يساوي 6π وحدة حجم فإن : $s = 1$ =

١ ٤ (أ)

ب ٢ (ب)

ج ٣ (د)

د ١,٥

٢٣ إذا كان : نهبا $\frac{1}{s} = \frac{s+1}{s} - \frac{1}{s}$ فإن : قيمة $s = 2$ =

١ صفر (أ)

ب ١ (ب)

ج ٢ (ج)

د ١- (د)

٢٤ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة $d : d(s) = s^3 + 1$ فإذا كانت مساحة المنطقة

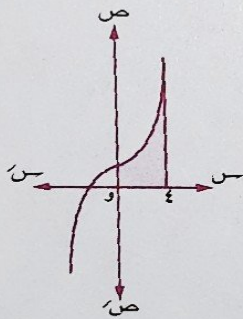
المظللة $= 68$ وحدة مربعة فإن : $s = 2$ =

١ ١ (أ)

ب ٢ (ب)

ج ٣ (ج)

د ٤ (د)



٢٥ إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الأولى للدالة المتصلة د

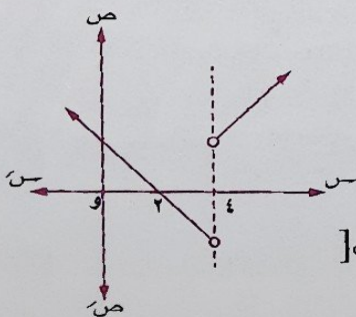
التي مجالها s فإن العبارة الخاطئة فيما يلي هي

١ الدالة لها نقطة انقلاب عند $s = 4$

ب الدالة د لها قيمة عظمى محلية عند $s = 2$

ج منحنى الدالة محدب لأعلى في $[-\infty, 4]$ ، 4 ، $[\infty, 4]$ محدب لأسفل في

د $d(3) > d(2)$



الإجابات

اجابات اختبارات المراجعة المستمرة

الوحدة الاولى

اجابات اختبار على

١ (ب)

الحل:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)$$

٢ (i)

الحل:

$$\therefore \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$\therefore (\sqrt{2} - \sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sqrt{2} = 1$$

٣ (د)

الحل:

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\pi}{4} \times \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} = 1 = \left(\frac{\pi}{4}\right)$$

٤ (i)

الحل:

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore \text{قياس الزاوية} = \text{صفر}$$

٥ (د)

الحل:

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4} = \left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore \text{ميل المماس} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{ميل العمودي} = \sqrt{2}$$

$$\text{عند } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ فإن } \sin \theta = 1, \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{النقطة هي } (1, \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\therefore \text{معادلة المماس: } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - \cos \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$\therefore \text{ومنها } \sqrt{2} - \cos \theta = 1 + \sin \theta$$

٦ (i)

الحل:

$$\text{بوضع } \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} \times \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - \cos \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$\frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{(1 - \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)(1 - \sin \theta)} = \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

$$\therefore \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

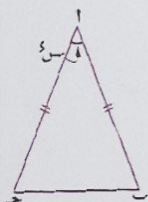
$$\frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

\therefore معدل التغير عند $(\theta = \frac{\pi}{4})$ هو

$$2.4 = \frac{(1 - \sin \theta) - (1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta) - (1 - \sin \theta)} = \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

٧ (i)

الحل:



$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{مماس} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \text{مماس}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times \text{مماس} = \frac{1}{4} \times \text{مماس}$$

$$18 \times \text{مماس} = \frac{\pi}{9} \times 20 = \frac{20\pi}{9}$$

٨ (i)

الحل:

$$\text{ميل المماس} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{معدل تغير ميل المماس} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

٩ (ج)

الحل:

$$\therefore \text{مماس} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{مماس} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

١٢ (ج)

الحل:

بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$$\therefore س \times ٢ ص \frac{ص}{س} + ٢ ص = صفر$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س-٢} \quad \therefore \left(\frac{ص}{س} \right) (١, ٢) = \frac{١}{٢}$$

١١ (ج)

الحل:

$$ميل المماس = \frac{ص}{س} = \frac{١}{٢-س}$$

$$\therefore \text{ميل المستقيم المعطى} = \frac{٢}{٣} = ٢ -$$

$$\therefore \text{ميل المماس المطلوب} = \frac{١}{٢} \quad \therefore \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢-س}$$

$$\therefore ١ = ٢ - س \quad \therefore س = ١ \text{ ومنها } ص = ١$$

\therefore نقطة التماس هي (١, ١)

$$\therefore \text{معادلة المماس هي } \frac{١}{٢} = \frac{١-ص}{١-س} \quad \therefore ٢ = ٢ - ص$$

١٢ (أ)

الحل:

$$\therefore ص = ١ + ٢ س \quad \therefore \text{ف هي المسافة بين ٢, ١}$$

$$\therefore \text{ف} = ٢ س + (١ - ص) = ٢ س + ٢ س - ٢$$

$$\therefore \text{ف} = ٢ س + ٢ س - ٢ = ٤ س - ٢$$

$$\therefore \text{عند } س = ٢ \quad \therefore \text{ف} = ٨ - ٢ = ٦$$

$$\therefore ٤ \times (٢٧ \times ٤ + ٢ \times ٢) = \frac{(٢٧ \times ٤ + ٢ \times ٢)}{٢} = ٢٨$$

$$\therefore \frac{(٢٧ \times ٤ + ٢ \times ٢)}{٢} = ٢٨$$

١٢ (ج)

الحل:

$$\therefore \text{ميل العمودي} = \frac{١}{٤} \quad \therefore \text{ميل المماس} = ٤$$

$$\therefore د (١) = ٤$$

١٤ (د)

الحل:

$$\therefore س = ٢ \quad \therefore ٢ = \frac{ص}{س}$$

$$\therefore ٢ = \frac{ص}{س} \quad \therefore ٢ = \frac{ص}{س}$$

$$\therefore \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

$$\therefore \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

$$\therefore \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

$$\therefore \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

$$\therefore \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

$$\therefore \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

١٥ (د)

الحل:

$$(١ + س) ص = س^٢ \quad \text{(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)}$$

$$\therefore (١ + س) \left(\frac{ص}{س} \right) + ص = ٢ س$$

$$\therefore (١ + س) \left(\frac{ص}{س} \right) + ص = ٢ س$$

$$\therefore (١ + س) \left(\frac{ص}{س} \right) + \frac{ص}{س} = ٢ س$$

$$\therefore (١ + س) \left(\frac{ص}{س} \right) + \frac{ص}{س} = ٢ س$$

١٦ (ب)

الحل:

$$(١) \quad \frac{ص}{س} = ٤ س - ٤ - س - ١$$

$$١ = \left(\frac{ص}{س} \right) (١, ١)$$

$$\therefore \text{معادلة المماس هي: } ص - ١ = ٠ \quad \therefore (١ + س) = ١$$

$$\therefore ص = ١ - س$$

ويحل معادلة المماس والمنحنى معاً

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

$$\therefore ٤ س - ٤ - س - ١ = ١ - س$$

١١ (ج)

الحل:

$$1 = \frac{1 - \frac{1}{s}}{1 - \frac{1}{s}}$$

١٢ (ج)

١٣ (د)

الحل:

$$\frac{v}{s} = 2 - 7 = -5 \text{ (بتكامل الطرفين بالنسبة إلى } s \text{)}$$

$$\therefore v = -5s \Rightarrow (2 - 7)s = -5s \Rightarrow 2s - 7s = -5s \Rightarrow -5s = -5s$$

$$\therefore d = (2 - 7)s = -5s$$

$$\therefore 2 = 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5$$

$$\therefore 2 = 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5$$

$$\therefore \text{ث} = 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5$$

$$\therefore d = (2 - 7)s = -5s \Rightarrow 2 - 7 = -5 \Rightarrow 2 - 7 = -5$$

١٤ (د)

الحل:

$$v = \text{لوم} (2 - \sqrt{2} \text{ ماس}) \text{ ، عند } s = \frac{\pi}{4} \text{ فإن } v = 0$$

$$\frac{v}{s} = \frac{2 - \sqrt{2} \text{ ماس}}{2 - \sqrt{2} \text{ ماس}}$$

$$\therefore \text{ميل المماس} = \left(\frac{v}{s} \right) = \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\therefore \text{معادلة المماس هي : } 1 = \frac{v}{s} - \frac{\pi}{4}$$

$$0 = \frac{\pi}{4} - v - s$$

١٥ (ب)

الحل:

$$\text{نهاية } \frac{2 - \frac{1}{s}}{2 - \frac{1}{s}}$$

$$= \frac{(2 - \frac{1}{s})}{2 - \frac{1}{s}}$$

$$= \frac{(1 - \frac{1}{s})}{1 - \frac{1}{s}}$$

$$= \frac{(1 - \frac{1}{s})}{1 - \frac{1}{s}} \times s = 1 \times 1 = 1$$

١٦ (ب)

الحل:

$$\text{نهاية } \frac{10 + \text{لوم} (1 + \frac{1}{s})}{10 + \frac{1}{s}}$$

$$= \frac{(10 + \frac{1}{s})}{10 + \frac{1}{s}}$$

$$10 = \frac{(10 + \frac{1}{s})}{10 + \frac{1}{s}} = 10$$

١٧ (ج)

الحل:

$$\text{بفرض } v = 2s^2 \text{ ، } \frac{v}{s} = 2s$$

$$\therefore \frac{v}{s} = 2s \Rightarrow \frac{2s^2}{s} = 2s \Rightarrow 2s = 2s$$

$$\therefore \frac{v}{s} = 2s \Rightarrow 2s^2 = 2s \Rightarrow 2s^2 = 2s$$

١٨ (ج)

الحل:

$$\left[\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \right] \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

١٩ (ج)

الحل:

$$\therefore v = 2s^2$$

$$\therefore v = 2s^2 \Rightarrow 2s^2 = 2s^2$$

$$\therefore \frac{v}{s} = 2s$$

٢٠ (ب)

الحل:

بالقسمة بسيطاً ومقاماً على ٢

$$\therefore \frac{(1 - \frac{1}{s})}{(1 + \frac{1}{s})}$$

$$= \frac{(1 - \frac{1}{s})}{(1 + \frac{1}{s})}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}}$$

٢٦ (ب)

الحل:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{3} \right] \frac{1}{\text{س}} \frac{1}{\text{لوم}} &= \frac{1}{\text{س}} \frac{1}{\text{لوم}} \\ \left[\frac{1}{3} \right] \frac{1}{\text{س}} &= \frac{1}{\text{لوم}} \\ \frac{1}{3} \text{ لوم} &= \text{س} + \text{ث} \end{aligned}$$

٢٧ (أ)

الحل:

ص = (ما س) س (بأخذ لو غار يتم الطرفين للأساس هـ)

∴ لوم ص = س لوم ما س (بالاشتقاق بالنسبة لـ س)

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{لوم ما س}}{\text{س}} + \text{س} \times \frac{\text{ما س}}{\text{ما س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \text{ص} (\text{لوم ما س} + \text{س} \times \text{طنا س})$$

١٨ (ج)

الحل:

$$\begin{aligned} \text{س} = 6 \text{ لوم} \quad \therefore \frac{6}{\text{س}} &= \frac{\text{س}}{\text{لوم}} \\ \text{ص} = 2 \quad \therefore \frac{2}{\text{س}} &= \frac{\text{س}}{\text{لوم}} \\ \therefore \frac{6}{\text{س}} &= \frac{2}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{لوم}} \div \frac{\text{س}}{\text{س}} = \frac{\text{س}}{\text{لوم}} \\ \therefore \frac{6}{\text{س}} &= \frac{2}{\text{س}} \times \text{س} \times \frac{2}{\text{س}} = \frac{4}{\text{س}} \times \text{س} = \frac{4}{\text{س}} \end{aligned}$$

١٩ (ب)

الحل:

$$\frac{1}{\text{س}} = \frac{\text{لوم} (1 + 1)}{\text{س}} = \frac{2}{\text{س}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{س}} = \frac{2}{\text{س}} \quad \therefore 1 = 2 \quad \therefore 0 = 1 + 2$$

٢٠ (ب)

الحل:

$$\left[\frac{2 \text{ ما س} + 2 \text{ ما س} - \text{س}}{[X + X - 2 \text{ ما س}]} \right] \frac{1}{\text{س}}$$

$$\left[\frac{2 \text{ ما س} - \text{س}}{[X + X - 2 \text{ ما س}]} \right] \frac{1}{\text{س}}$$

$$= \text{لوم} | \text{ما س} - \text{ما س} + \text{ث} =$$

٢١ (أ)

الحل:

$$\begin{aligned} \text{لوم} (\text{س} \times \text{ص} \text{ س}) &= \text{لوم} 729 \\ \therefore \text{لوم} \text{ س} + \text{لوم} \text{ ص} &= \text{لوم} 729 \\ \therefore \text{ص لوم} \text{ س} + \text{س لوم} \text{ ص} &= \text{لوم} 729 \end{aligned}$$

«بالاشتقاق بالنسبة لـ س»

$$\begin{aligned} \therefore \text{ص} \times \frac{1}{\text{س}} + \text{لوم} \text{ س} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} + \text{س} \times \frac{1}{\text{س}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} + \text{لوم} \text{ ص} &= \\ = \text{صفر} \\ \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} (\text{لوم} \text{ س} + \text{س}) &= - \text{لوم} \text{ ص} - \frac{\text{ص}}{\text{س}} \\ \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} (\text{لوم} \text{ س} + \text{س}) &= - \left[\frac{2}{\text{س}} + 2 \text{ لوم} \right] \\ \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} &= 1 - \end{aligned}$$

٢٢ (د)

الحل:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{3} \right] \frac{1}{\text{س}} \frac{2}{\text{س} + 2} &= \frac{1}{\text{س}} \frac{1}{\text{س} + 2} \\ \frac{1}{3} \text{ لوم} | 2 \text{ س} + 2 &= \text{ث} \\ \frac{1}{3} &= 4 \therefore \end{aligned}$$

٢٣ (د)

٢٤ (ج)

الحل:

$$\begin{aligned} \text{نها} \frac{1 - \text{س}}{\text{س}} - \text{نها} \frac{1 - \text{س}}{\text{س}} &= \text{لوم} 6 - \text{لوم} 4 \\ \frac{7}{4} \text{ لوم} &= \\ \therefore \text{لوم} \frac{7}{4} &= \text{لوم} \frac{7}{4} \\ \therefore 8 &= 4 \end{aligned}$$

٢٥ (أ)

الحل:

$$\begin{aligned} 7 \times \frac{1}{\text{س}} \times 2 - \text{س} &= 2 \text{ (س)} \\ \therefore 2 \text{ (س)} - \text{س} &= \frac{3}{\text{س}} \\ \therefore 2 \text{ (س)} &= \frac{3}{\text{س}} \\ \therefore 2 \text{ (س)} &= \frac{3}{\text{س}} \\ \therefore 2 \text{ (س)} &= \frac{3}{\text{س}} \\ \therefore 2 \text{ (س)} &= \frac{3}{\text{س}} \end{aligned}$$

١ (i)

الحل:

بالاشتقاق للطرفين بالنسبة لـ s

$$\therefore 2 \text{ ص} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 - \text{ص} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 - \text{ص}$$

$$\therefore 2 \text{ ص} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 - \text{ص} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 - \text{ص}$$

عند النقطة $(-2, 4)$

$$\therefore 2 \times 2 = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 - \text{ص} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 - \text{ص}$$

$$\therefore \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

٢ (ب)

الحل:

$$\frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2 = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} \times 2$$

$$\therefore \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

٣ (د)

الحل:

$$\text{ص} = 8 \text{ فاس} \times \text{فاس} \times \text{فاس}$$

$$\therefore [\text{ص}] = 1 \times 2 \times 8 = \frac{16}{2} = 8$$

٤ (ج)

الحل:

$$\left[\frac{2 \text{ لوم}}{2 \text{ لوم}} \right] = \frac{2 \text{ لوم}}{2 \text{ لوم}}$$

$$= \frac{2 \text{ لوم}}{2 \text{ لوم}}$$

٥ (ج)

الحل:

$$\text{ص} = 2 \text{ ص} + 2 \text{ ص} + 2 \text{ ص} + 2 \text{ ص} + 2 \text{ ص}$$

$$\therefore \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

ميل المماس عند النقطة $(-2, 4)$

$$\text{بوضع } \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

$$\therefore 6 \text{ ص} + 6 \text{ ص} + 6 \text{ ص} = 4$$

$$\therefore 6 \text{ ص} = (1 + \text{ص})$$

$$\text{ص} = 0 \text{ ومنها ص} = 5, \text{ ص} = -1 \text{ ومنها ص} = 2$$

النقطة الأخرى التي يكون فيها المماس له نفس الميل هي $(0, 5)$

$$\text{معادلة المماس الآخر: } \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

$$\therefore 4 \text{ ص} = 5 + \text{ص}$$

٦ (د)

الحل:

$$\frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} + 2 = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} + 2$$

(بتكامل الطرفين بالنسبة إلى s)

$$\therefore \text{ص} = \left(\frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} + 2 \right) \text{ ص} = 2 \text{ ص} + 2 \text{ لوم} \text{ ص} + 2$$

$$\therefore (2, 5) \text{ تقع على المنحنى}$$

$$\therefore 2 \text{ ص} = 5 + 2 \text{ ص} + 2 \text{ لوم} \text{ ص} + 2$$

$$\therefore \text{ص} = 2 \text{ ص} + 2 \text{ لوم} \text{ ص} + 2$$

٧ (ب)

الحل:

$$\therefore \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

$$\therefore \text{ص} = 1 \text{ ص} = 1$$

$$\therefore \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}} = \frac{2 \text{ ص}}{2 \text{ ص}}$$

٨ (د)

٩ (د)

الحل:

ما $\text{ص} = \text{ص}$ (بالتفاضل بالنسبة إلى s)

$$(1) \therefore \text{ص} = \text{ص} + \text{ص}$$

$$\therefore \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\text{ص}}$$

وبالتفاضل للعلاقة (١) مرة أخرى بالنسبة إلى s

$$\therefore \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} + \text{ص} + \text{ص}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} + 2 \text{ ص}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} + 2 \text{ ص}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} + 2 \text{ ص}$$

$$\therefore \text{ص} = \text{ص} + \text{ص} + 2 \text{ ص}$$

(د) ١٠

الحل:

بوضع: س - له = ص

$$\therefore \frac{\text{نهيلا لوم} - \text{س} - \text{له}}{\text{ص}} = \frac{\text{نهيلا لوم} - \text{س} - \text{له}}{\text{ص}}$$

$$\frac{1}{\text{له}} = \frac{1}{\text{ص}} \times \frac{1}{\text{له}} =$$

$$\frac{1}{\text{له}} = 1 \times \frac{1}{\text{له}} =$$

(د) ١١

الحل:

$$\therefore \text{ص} = \text{لوم له}^2 - \text{لوم} (س + 2)$$

$$2 = \text{س} - \text{لوم} (س + 2)$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{2}{س + 2}$$

$$\therefore \frac{\pi}{4} = \theta \quad \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 1$$

(د) ١٢

الحل:

$$\left[\frac{\text{س}}{1 + \text{س}} \right] \left[\frac{1}{4} = \frac{\text{س}}{1 + \text{س}} \right]$$

$$\frac{1}{4} = \text{لوم} (س + 1) + \text{ث}$$

(د) ١٣

الحل:

$$\text{ص} = \text{له}^2 + \text{س}^2 \quad \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{له}^2 + \text{س}^2}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{له}^2 + \text{س}^2}{\text{س}} \quad \therefore \text{له}^2 + \text{س}^2 = \text{ص} - \text{س}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{له}^2 + \text{س}^2}{\text{س}} = 2 + (\text{ص} - \text{س})$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 - (\text{ص} - \text{س})$$

(د) ١٤

الحل:

$$\left[\frac{1}{\text{س}} (\text{لوم} + 1) \right] = \frac{1}{\text{س}} (\text{لوم} + 1) + \text{س}$$

$$\frac{1}{\text{س}} (\text{لوم} + 1) =$$

(ب) ١٥

الحل:

$$\text{س} = \text{له}^2 + 2 \quad \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2$$

$$\text{ص} = \text{له}^2 + 2 \quad \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{له}^2 + 2}{\text{س}} = \frac{\text{له}^2 + 2}{\text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\text{له}^2} \times \frac{\text{له}^2 + 2}{\text{س}} = \frac{\text{له}^2 + 2}{\text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{2}{\text{له}^2} = 2 \left(\frac{\text{له}^2}{\text{س}} \right)$$

(ج) ١٦

الحل:

حجم الماء الموجود بالوعاء = $\pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$

$$\therefore \text{ع} = 100 \times \pi$$

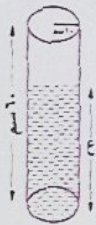
$$\therefore \frac{\text{ع}}{\text{س}} \times \pi \times 100 = \frac{\text{ع}}{\text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ع}}{\text{س}} \times \pi \times 100 = \pi \times 20$$

$$\therefore \frac{\text{ع}}{\text{س}} = \frac{20}{100} = 0.2 \text{ سم/ث}$$

أي أن معدل ارتفاع الماء في الوعاء = 0.2 سم/ث

$$= 0.2 \text{ م/ث}$$



(ج) ١٧

الحل:

$$\text{نهيلا له} = \text{لوم} (1 + \text{له}) - \text{لوم له}$$

$$= \frac{1 + \text{له}}{\text{له}} = \frac{1}{\text{له}} + 1$$

(د) ١٨

الحل:

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = 10 \text{ م/ث}, \quad \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 20 \text{ م/ث}$$

$$\therefore \text{ف} = 2 + (\text{ص} + 90)$$

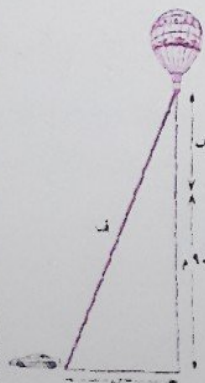
$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{2 + (\text{ص} + 90)}{\text{س}}$$

$$(1) \quad \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 +$$

بعد ثانييتين:

$$\text{ص} = 2 \times 10 = 20$$

$$\text{س} = 2 \times 20 = 40$$



$$\therefore \text{ف} = 120 \text{ متر} \quad \therefore \text{ف} = (50) + (20 + 90)$$

من (١)

$$\therefore 20 \times 50 \times 2 + 10 \times (20 + 90) = \frac{\text{ف}}{\text{ص}} \times 120 \times 2$$

$$\therefore \frac{\text{ف}}{\text{ص}} = \frac{300}{12}$$

١٩ (د)

الحل:

$$\therefore \text{ص} = 3 \text{ ص} \quad \therefore \text{ص لورم} = 5 \text{ ص لورم}$$

$$\therefore \text{لورم} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \text{لورم}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{لورم}}{\text{لورم}} = \text{لورم}$$

٢٠ (ب)

الحل:

$$\left[\frac{(2 + \text{ص}) \cdot (2 + \text{ص})}{(2 + \text{ص})} \right] = \text{ص} \quad \therefore \text{ص} = 2 + \text{ص} + \text{ص}$$

٢١ (ب)

الحل:

طول ضلع المربع أ ب ح د بعد نه ثانية = $2 + 6$ ص
طول ضلع المربع س ص ع ل بعد نه ثانية = $10 + 10$ ص
في الفترة الزمنية [، ٤] مساحة المربع س ص ع ل أكبر من مساحة المربع أ ب ح د

$$\therefore \text{المساحة المحصورة بين المربعين م} = (10 + 10) - (2 + 6)$$

$$\therefore \text{م} = 100 + 20 + 10 - 24 - 4 = 104$$

$$= 64 - 4 - 2 = 58$$

$$\therefore \frac{\text{م}}{\text{ص}} = 58 - 4 = 54 \quad \therefore \text{ص} \in [٤ , ٥]$$

$$\therefore \frac{\text{م}}{\text{ص}} \text{ سالبة خلال هذه الفترة} \quad \therefore \text{المساحة تتناقص}$$

٢٢ (ب)

الحل:

$$\text{بفرض أن: ص} = \text{طا} \quad \therefore \text{طا} = \text{ص} = \frac{1}{\text{ص}}$$

$$\text{في حالة ص} \rightarrow \infty \quad \text{فإن ص} \rightarrow 0$$

$$\therefore \text{نهاية} (1 + 2 \text{ طا} \text{ ص}) = \text{طا} \text{ ص}$$

$$= \text{نهاية} (1 + \frac{2}{\text{ص}}) = \text{ص} = 2$$

٢٣ (د)

الحل:

$$\therefore \text{ص} = \text{لورم} = \text{ع} = \text{لورم} = 2$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = 6 \text{ ص} = 6 \text{ ص} = 6$$

$$\therefore \frac{\pi}{2} = \text{ص}$$

$$\therefore \frac{\pi}{2} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

٢٤ (د)

٢٥ (د)

الحل:

$$\therefore \text{ص} = 1 \quad \therefore \text{ص لورم} = 1$$

$$\therefore \text{لورم} = \text{ص} = 1 \quad \therefore \frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ص}} = 1$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ص}} = 1 \quad \therefore \frac{1}{\text{ص}} = 1$$

إجابات اختبار على الوحدة الثالثة

١ (د)

الحل:

$$\text{د} (\text{ص}) = (\text{ص} - 2) \text{ هـ} + \text{ص} \text{ هـ} = \text{هـ} (\text{ص} - 1)$$

$$\text{د} (\text{ص}) = \text{هـ} (\text{ص} - 1) + \text{ص} \text{ هـ} = \text{ص} \text{ هـ}$$

$$\therefore \text{منحنى الدالة محدب لأسفل عندما ص} \in [٠ , \infty)$$

٢ (أ)

الحل:

$$\text{د} (\text{ص}) = 2 \text{ ص} + 2 \text{ ص} = 4 \text{ ص} \quad \text{د} (\text{ص}) = 6 \text{ ص} + 2 \text{ ص} = 8 \text{ ص}$$

$$\therefore \text{د} (2) = 0$$

$$\therefore 2 \times 6 = 12 \quad \therefore 6 = 12$$

٢ (د)

الحل:

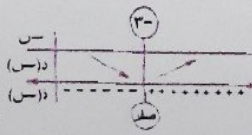
$$\text{د} (\text{ص}) = 2 \text{ ص} + 6 \quad \text{بوضع د} (\text{ص}) = 0$$

$$\therefore 2 \text{ ص} + 6 = 0$$

$$\therefore \text{ص} = -3$$

$$\therefore \text{الدالة متزايدة}$$

$$\text{عندما ص} \in [-3 , \infty)$$



(ب) ٤

الحل:

$$د(س) = ٢ - س$$

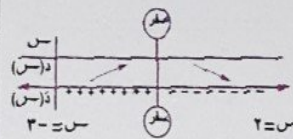
$$، بوضع د(س) = ٠$$

$$٢ - س = ٠$$

$$٢ = س$$

$$، د(٢) = ٠ ، د(٠) = ٢ ، د(٢) - ٤$$

$$، القيمة العظمى المطلقة = د(٠)$$



(ب) ٨

الحل:

$$د(س) = -٢ - س$$

$$، د(س) = -٢ - س$$

$$، د(٢) = ٠ ، د(٠) = -٢$$

$$، د(٢) = -٢ - ٢ = -٤$$

(ب) ٩

(ب) ١٥

الحل:

$$ص = س^٢ + ٢س + ٢$$

$$، ص = س^٢ + ٢س + ٢$$

$$، ص = ٢س + ٢$$

$$، للمنفذ نقطة انقلاب عند س = ٢$$

$$، صفر = ٢س + ٢ = ٠$$

$$، المنفذ يمر بالنقطة (٢، ٢)$$

$$، ص = ٢س + ٢ = ٢$$

$$، ص = ٢س + ٢ = ٢$$

(ب) ١٦

الحل:

$$د(س) = \frac{٢ + س}{٢ + س}$$

$$، بوضع د(س) = ٠$$

$$، ٢ + س = ٠$$

$$، س = -٢$$

$$، يوجد قيمة صغرى محلية عند س = -٢$$

$$، قيمتها د(-٢) = ٢$$

(ب) ١٧

الحل:

$$د(س) = \begin{cases} س^٢ + ٢س + ٢ ، س \geq ٢ \\ س^٢ - ٦س + ٥ ، س < ٢ \end{cases}$$

$$، وبلاشتقاق باستخدام التعريف نجد أن:$$

$$د(٢) = ٥$$

$$د(س) = \begin{cases} س^٢ + ٢س + ٢ ، س > ٢ \\ س^٢ - ٦س + ٥ ، س = ٢ \\ س^٢ - ٦س + ٥ ، س < ٢ \end{cases}$$

(ب) ٥

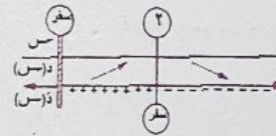
الحل:

$$د(س) = ٨ - س^٢$$

$$، د(س) = ٨ - س^٢$$

$$، فإن: ٨ - س^٢ = ٠$$

$$، س = ٢$$



$$، للدالة قيمة عظمى محلية د(٢) = ١٠٥٥$$

(ب) ٦

الحل:

$$ص = ٨ - س^٢$$

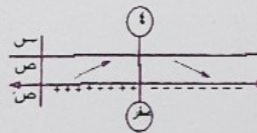
$$، ص = ٨ - س^٢$$

$$، بوضع ص = ٠$$

$$، ٨ - س^٢ = ٠$$

$$، س = ٢$$

$$، أكبر قيمة عند س = ٤ وهي ص = ٨ - ٤^٢ = ١٦$$



(ب) ٧

الحل:

$$د(س) = ٢ - س^٢$$

$$، د(١) = ١$$

$$، د(١) = ٢ - ١ = ١$$

$$، د(١) = ١ + ٢ = ٣$$

$$، د(١) = ١$$

بوضع د (س) = 0 عندما $s > 2$ ،
 $\therefore s = 1 + 0$.

$$\therefore s = \frac{1}{4} \in [2, 1] \quad (1)$$

، في حالة $s \leq 2$ فإن : د (س) \neq صفر

$$\therefore d(1) = 2, d\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{4}, d(2) = 9$$

\therefore للدالة قيمة عظمى مطلقة هي 9 وتبلغها عند $s = 2$

ولها قيمة صغرى مطلقة هي $\frac{9}{4}$ وتبلغها عند $s = \frac{1}{4}$

$$\therefore s + 1 = 9 - \frac{9}{4} = 6.75$$

(د) ١٣

الحل :

$$d(s) = 10 - s$$

$$\therefore d(s) = 10 - s \quad d(1) = 9 \quad d(10) = 0$$

$$10 - s = (s - 1)$$

$$0 = (s) \quad \therefore 10 - s = (s - 1) \quad \therefore s = 11$$

$$\therefore s = 1 \in [4, 0]$$

$$d(0) = 10 \quad d(1) = 9 \quad d(10) = 0$$

$$d(4) = \frac{10}{4}$$

\therefore للدالة قيمة عظمى مطلقة $\frac{10}{4}$ وتبلغها عند $s = 4$

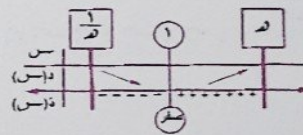
ولها قيمة صغرى مطلقة = 0 وتبلغها عند $s = 10$

(د) ١٤

الحل :

$$d(s) = 1 - \frac{1}{s} = \frac{s-1}{s}$$

$$b(s) = 1 \quad \therefore s = 1$$



\therefore الدالة تناقصية في الفترة $\left[\frac{1}{10}, 1\right]$

وتزايدية في الفترة $[1, 10]$

(١) ١٥

الحل :

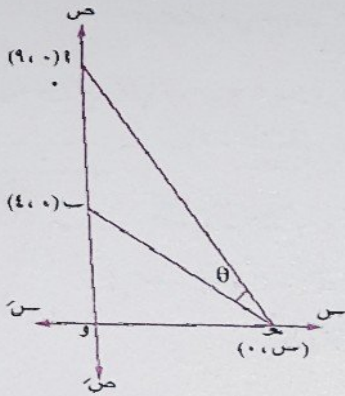
$$d(s) = 3 - s^2 \quad \therefore b(s) = 0$$

$$\therefore s = \pm 3$$

\therefore عدد النقط الحرجة في الفترة $[1, 4]$ يساوي صفر

(١) ١٦

الحل :



بفرض أن : $\theta = (d(4) - d(s))$

$$\therefore \theta = d(4) - d(s) = (d(4) - d(s))$$

$$\therefore \theta = \frac{d(4) - d(s)}{d(4) \times d(s)}$$

$$\therefore \theta = \frac{\frac{4}{s} - \frac{9}{4}}{\frac{4}{s} \times \frac{9}{4} + 1}$$

$$\therefore \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2}$$

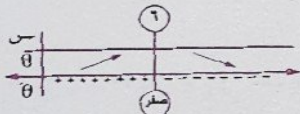
$$\therefore \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2} \times \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2}$$

$$\therefore \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2}$$

$$\therefore \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2}$$

$$\therefore \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2}$$

$$\therefore \theta = \frac{4 - 9s}{36 + s^2}$$



$\therefore \theta$ أكبر ما يمكن عندما $s = 6$

\therefore إحداثي حلتكون θ أكبر ما يمكن هي (6, 0)

(د) ١٧

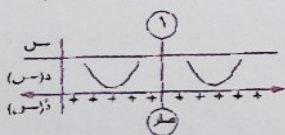
الحل :

$$d(s) = (1 - s)^2 \quad \therefore d(s) = (1 - s)^2$$

$$d(s) = (1 - s)^2 \quad \therefore d(s) = (1 - s)^2$$

$$\therefore d(s) = (1 - s)^2$$

$$\therefore d(s) = (1 - s)^2$$



المنحنى محدب لأسفل في الفترة $[-1, 1]$

وفي الفترة $[1, \infty)$ وليس له نقطة انقلاب

(د) ١٨

(د) ١٨

٣ (د)

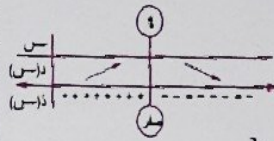
الحل:

$$د (س) = ٨س - ٢س^٢$$

بوضع د (س) = ٠

$$٨ = ٢س$$

∴ الدالة تزايدية في $[-\infty, ٤]$



٤ (١)

الحل:

$$د (س) = \frac{١}{٢\sqrt{٢س}} \times ٢س + ٢س$$

$$د (س) = \frac{١}{٢} + ٢س$$

٥ (د)

الحل:

$$ص = لوم (٦ + ع) \quad \therefore \frac{١}{٦ + ع} = \frac{ص}{ع}$$

$$\therefore \frac{١}{٦ + ع} = \frac{١}{٦ + ع} = \frac{ص}{ع}$$

٦ (ب)

الحل:

$$\left[\frac{١}{٢} = س \right] \frac{١}{٢} = س$$

$$\frac{١}{٢} = س$$

٧ (د)

الحل:

بفرض طول السلم = ل وحدة طول

$$\therefore س^٢ + ص^٢ = ل^٢$$

$$\therefore س^٢ + ص^٢ = ل^٢$$

$$\therefore \frac{س}{ل} = \frac{ص}{ل}$$

$$\frac{٥}{٦} = \theta$$

$$\therefore س = ل \cos \theta, ص = ل \sin \theta$$

$$\therefore \frac{س}{ل} = \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{٣}{٤} = \frac{س}{ل}$$

٨ (١)

الحل:

$$د (س) = \frac{١}{٢س} + ٢س$$

∴ المنحنى يمر بـ (٠, ٢)

$$\therefore لوم = ١ + ٢ = ٣$$

$$\therefore د (س) = لوم = ٢ - ١ = ١$$

$$\therefore د (س) = (٢ + ٢) = لوم = ٢ - ٢ + ٢ = ٢$$

٩ (ب)

الحل:

$$\left[\frac{١}{٢س} + ٢س \right] = س$$

$$= س$$

١٠ (١)

الحل:

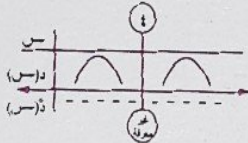
$$د (س) = \sqrt[٢]{(٤ - س)}$$

∴ د (س) = $\frac{٢}{٣} = \sqrt[٢]{(٤ - س)}$

∴ لها مماس رأسي

$$\therefore د (س) = \frac{٢}{٣} = \sqrt[٢]{(٤ - س)}$$

∴ د (س) غير معرفة عند س = ٤



المنحنى محدب لأعلى في $[-\infty, ٤]$

وليس للمنحنى نقط انقلاب

١١ (ب)

الحل:

مساحة المستطيل (م)

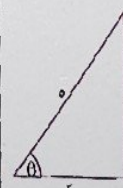
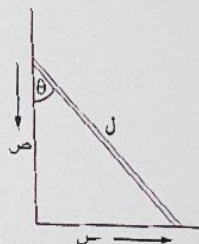
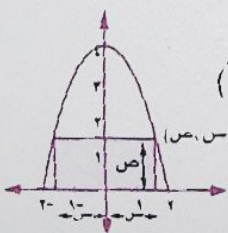
$$٢س \times ص = (٢س - ٤) \times س$$

$$٨س - ٢س^٢ = ٢س^٢ - ٤س$$

$$\therefore ٨س - ٢س^٢ = ٢س^٢ - ٤س$$

$$\therefore ٨س - ٢س^٢ = ٢س^٢ - ٤س$$

$$\therefore س = \frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$$



وفي هذه الحالة $\frac{A}{P} = \frac{4}{3}$

$$\therefore \frac{P}{S} = \frac{4}{3} \Rightarrow 12 = 4S, S > 0$$

\therefore توجد قيمة عظمى

\therefore بعدا المستطيل هما: $\frac{4}{3} \sqrt{3}$ ، $\frac{4}{3}$ وحدة طول.

١٢ (ج)

الحل:

بفرض نقطة ب = (س، س^٢)

\therefore مساحة المستطيل م = س (س - ٣٢)

$$\therefore \frac{P}{S} = \frac{4}{3} \Rightarrow 32 - 4S = \frac{4}{3}S, \text{ بوضع } \frac{P}{S} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore 32 = 4S + \frac{4}{3}S, \therefore 12 = \frac{P}{S} \Rightarrow 12 = 4S$$

\therefore عند س = ٢ قيمة عظمى

\therefore أكبر مساحة للمستطيل هي عند س = ٢

$$M = 2(8 - 32) = 48 \text{ وحدة مربعة.}$$

١٢ (ب)

الحل:

محيط الدائرة ح = $2\pi r$ نق

$$\therefore \frac{C}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi, \therefore \frac{C}{r} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ سم/ث}$$

$$\therefore \frac{C}{r} = \frac{2\pi}{1} \times \pi r = 2\pi \text{ سم/ث}$$

١٤ (ب)

الحل:

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

١٥ (ج)

الحل:

$$\left[\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \right]$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

١٦ (د)

الحل:

نفرض أن:

$$d = (س) = 1 - س^2 + س^2 + س + س$$

، يمر المنحنى بالنقط (١، ٦)، (١، ٢)

$$\therefore d = (1) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$$

$$(2) \quad d = (1) = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

$$d = (س) = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

له نقطة حرجة عند (١، ٢)

$$(2) \quad d = (1) = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

له نقطة انقلاب عند س = $\frac{2}{3}$

$$d = (س) = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

$$(4) \quad d = \left(\frac{2}{3} \right) = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

بطرح (٢) من (١):

$$(5) \quad 2 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

بجمع (٣)، (٤):

$$\therefore 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

وبالتعويض في (٥)

$$1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

وبالتعويض في (٣)

$$2 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

وبالتعويض في (١)

$$2 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$$

\therefore دالة المنحنى: $d = (س) = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 2$

١٧ (د)

الحل:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} \Rightarrow \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} + \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

١٨ (ج)

الحل:

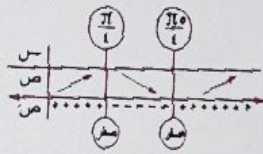
$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} \Rightarrow \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

$$\therefore \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta} \Rightarrow \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta}$$

(١)

(١) ١٩

الحل:

بفرض $\sin = \text{ماس}$ و $\cos = \text{مماس}$ وأن $\theta \in]\pi, 2\pi[$ 

$$\therefore \frac{\sin}{\cos} = \text{ماس} - \text{ماس}$$

$$\text{وبوضع } \frac{\sin}{\cos} = 0$$

$$\therefore \text{ماس} = \text{ماس}$$

$$\therefore \text{ماس} = 1$$

$$\therefore \sin = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

$$\therefore \cos = \left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ و } \cos = \left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$\therefore \text{مدى الدالة} = \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

(١) ٢٠

الحل:

نقط الانقلاب يشترط أن يكون عندها $\dot{\theta} = 0$ مع تغير تحذب الدالة قبل وبعد النقطة وحيث أن الدالة θ من الدرجة الرابعة $\therefore \dot{\theta}$ تكون من الدرجة الثانية وعندها $\dot{\theta} = 0$ يكون لها حلان على الأكثر

(١) ٢١

الحل:

$$\text{نها} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{1 - (1 - \sin^2 \theta)}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$$

$$= \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{1 - (1 - \sin^2 \theta)}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$$

$$= \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{1 - (1 - \sin^2 \theta)}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$$

$$= \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta} = \frac{1 - (1 - \sin^2 \theta)}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta} = \sin \theta$$

$$= 3 - 2 - 1 = 0$$

(ب) ٢٢

الحل:

$$\frac{\sin}{\cos} = \dot{\theta} (\sin) \times \frac{\sin}{\cos} \text{ وعند النقطة المعلومة}$$

$$\therefore \frac{\sin}{\cos} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \text{ وحدات/ث}$$

(د) ٢٣

الحل:

$$\dot{\theta} (\sin) = \sin \text{ و } \dot{\theta} (\cos) = -\cos$$

$$\therefore \dot{\theta} = 0 \text{ و } \dot{\theta} = 3 \text{ و } \dot{\theta} = 2 \text{ و } \dot{\theta} = 1 \text{ و } \dot{\theta} = 0 \text{ و } \dot{\theta} = -1 \text{ و } \dot{\theta} = -2 \text{ و } \dot{\theta} = -3 \text{ و } \dot{\theta} = 0$$

(ب) ٢٤

الحل:

$$\therefore \sin^2 = \cos^2 (\sin + \cos) (1) \text{ بالاشتقاق بالنسبة لـ } \sin$$

$$\therefore 2 \sin \cos = \cos^2 (\sin + \cos) + \left(1 + \frac{\sin}{\cos}\right) \cos^2$$

$$\text{عند } \sin = 1 \text{ فإن } \cos = 0 \text{ «من المعادلة (١)»}$$

$$\therefore 2 \sin \cos = \cos^2 (\sin + \cos) + \left(1 + \frac{\sin}{\cos}\right) \cos^2$$

$$\therefore 2 + \frac{\sin}{\cos} = 1$$

$$\therefore \frac{\sin}{\cos} = -1$$

(ج) ٢٥

الحل:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

إجابات اختبار على الوحدة الرابعة

(د) ١

الحل:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

(١) ٢

الحل:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

(١) ٣

الحل:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \\ \sin^2 \cos - \sin^2 \cos \end{array} \right\} =$$

٤ (د)

الحل:

$$\text{ص} = \left[\text{فأ}^2 \text{ ص} - \text{ص}^2 \right] = \text{ص} - \text{ص}^2$$

$$\therefore \text{ص} = 2 \text{ عند } \text{ص} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore 2 = \text{ص} - \text{ص}^2 \quad \therefore \text{ث} = 2$$

$$\therefore \text{ص} = 2 - \text{ص}^2$$

٥ (ا)

الحل:

$$\left[\text{ص}^2 \sqrt{1 + \text{ص}} \right]$$

$$= \left[\text{ص}^2 (1 + \text{ص}) - \text{ص}^2 (1 - \text{ص}) \right] =$$

$$= \left[\text{ص}^2 (1 + \text{ص}) - \text{ص}^2 (1 - \text{ص}) \right] =$$

$$= \left[\text{ص}^2 (1 + \text{ص}) - \text{ص}^2 (1 - \text{ص}) \right] =$$

$$= \frac{116}{15} = \frac{4}{15} - \frac{112}{15}$$

٦ (د)

الحل:

$$\therefore \text{ص} = \text{ص}^2, \text{ ص} = 2 - \text{ص}$$

$$\text{نضع } \text{ص}^2 = 2 - \text{ص} \quad \therefore \text{ص}^2 - 2 + \text{ص} = 0$$

$$\therefore \text{ص} (\text{ص} - 2 + 1) = 0$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ ص} = 1$$

في الفترة $[0, 2]$ يكون $\text{ص} \leq 1$

$$\therefore \text{المساحة } M = \left[\text{ص}^2 - \text{ص} \right]$$

$$= \left[\text{ص}^2 - \text{ص} \right]$$

$$= \left[\text{ص}^2 - \text{ص} \right]$$

$$= \frac{9}{4} - \frac{9}{4} = 0$$

٧ (د)

الحل:

$$\therefore \text{ص} = \text{ص}, \text{ ص} = \frac{1}{4} \text{ ص}^2$$

$$\text{نضع } \text{ص} = \frac{1}{4} \text{ ص}^2 \quad \therefore \text{ص}^2 - 4\text{ص} = 0$$

$$\therefore \text{ص} (\text{ص} - 4) = 0$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ ص} = 4$$

في الفترة $[0, 4]$ يكون $\text{ص} \leq 4$

$$\therefore \text{الحجم } \pi = \left[\text{ص}^2 - \text{ص}^2 \right]$$

$$\pi = \left[\text{ص}^2 - \text{ص}^2 \right]$$

$$\pi = \left[\text{ص}^2 - \text{ص}^2 \right]$$

$$= \frac{18}{5} \pi \text{ وحدة حجم}$$

٨ (ا)

الحل:

بحل معادلتى المنحنيين معًا:

$$\therefore \text{ص} = \text{ص}^2 \quad \therefore \frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ص}^2}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{ص}^2} \quad \therefore \text{ص} = 1$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} \quad \therefore \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right]$$

المنحنيين غير متقاطعين في هذه الفترة.

$$\therefore \text{حجم الجسم الناشئ} = \pi \left[\text{ص}^2 - \text{ص}^2 \right]$$

$$\pi \left[\text{ص}^2 - \text{ص}^2 \right] = \pi \left[\text{ص}^2 - \text{ص}^2 \right]$$

$$= \frac{2\pi}{3} \text{ وحدة حجم}$$

٩ (ج)

الحل:

$$\left[\left(\frac{4}{\text{ص} + 1} + \frac{4}{\text{ص} + 1} \right) \right]$$

$$= \left[\left(\frac{4}{\text{ص} + 1} + \frac{4}{\text{ص} + 1} \right) \right]$$

$$= \left[\frac{4}{\text{ص} + 1} + \frac{4}{\text{ص} + 1} \right]$$

$$= \left[\frac{4}{\text{ص} + 1} + \frac{4}{\text{ص} + 1} \right]$$

١٠ (د)

الحل:

$$\text{ص} = \left[\left(\frac{1}{\text{ص}} + \text{ص} \right) \right]$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{4} \text{ عند } \text{ص} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \text{ص} + \text{ص}^2$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{4} + \text{ص} + \text{ص}^2$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{4} + \text{ص}^2$$

(٢٠) (١)

الحل:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

(٢١) (٢)

الحل:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

(٢٢) (٣)

(ب)

الحل:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

(٢٤) (ب)

الحل:

معادلة المستقيم أ-ب:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

معادلة المستقيم ب-ج:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

الحل: الحجم = $\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right]$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

(٢٥) (ج)

الحل:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

إجابات اختبار تراكمي من الوحدة الأولى حتى الوحدة الرابعة

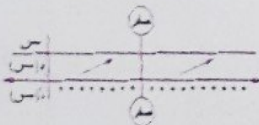
(١) (ب)

الحل:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

(٢) (١)

الحل:



$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

الدالة متزايدة على ح

(٣) (١)

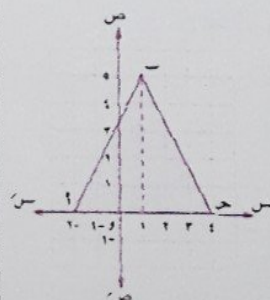
الحل:

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

ن: د (٢) قيمة صفري سلفقة.

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$

$$\pi \left[\pi^2 - \pi^1 \right] = \pi^2 - \pi^1 = \pi^2 - \pi^1$$



٤ (د)

الحل:

$$2(2 + \sin 2) = 8 \Rightarrow \sin 2 = 2 \Rightarrow 2 + \sin 2 = 4 \Rightarrow \sin 2 = 2$$

$$\text{عند } 2 + \sin 2 = 1 \Rightarrow \sin 2 = -1$$

$$\sin 2 = -1 \Rightarrow 2 = \pi$$

١٢ (ب)

الحل:

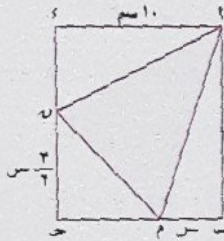
$$[2 - (\sin 2 - 2)] = [2 - (\sin 2 - 2)]$$

$$[2 - \sin 2 + 2] =$$

$$2 = 0 - (2 - 4) =$$

١١ (ب)

الحل:



مساحة ΔPQR

$$م = \text{مساحة المربع} - [\text{المثلث أ ب م}]$$

$$م + (\text{المثلث م ح د}) + (\text{المثلث أ ح د})$$

$$= 100 - \left[\frac{1}{2} \times 10 \times \sin 2 + \frac{1}{2} \times 10 \times (\sin 2 - 1) \right]$$

$$= 100 - \left[\frac{1}{2} \times 10 \times (\sin 2 - 1) + \frac{1}{2} \times 10 \times \sin 2 \right]$$

$$= 100 - \left[\frac{1}{2} \times 10 \times \sin 2 + \frac{1}{2} \times 10 \times (\sin 2 - 1) \right]$$

$$= 100 - \left[\frac{1}{2} \times 10 \times \sin 2 + \frac{1}{2} \times 10 \times (\sin 2 - 1) \right]$$

$$= 100 - \left[\frac{1}{2} \times 10 \times \sin 2 + \frac{1}{2} \times 10 \times (\sin 2 - 1) \right]$$

$$\therefore \text{عند } \sin 2 = \frac{1}{2} \text{ المساحة أصغر ما يمكن.}$$

١٢ (ج)

الحل:

$$\sin 2 = 6 \Rightarrow \sin 2 = 6$$

$$\sin 2 = 3 \Rightarrow \sin 2 = 3$$

$$\text{عندما } \sin 2 = 3 \text{ فإن } \sin 2 = 3$$

$$\therefore \sin 2 = 3 \Rightarrow \sin 2 = 3$$

$$\sin 2 = 3 \Rightarrow \sin 2 = 3$$

$$\sin 2 = 3 \Rightarrow \sin 2 = 3$$

$$\therefore \text{المنحنى يمر بالنقطة } (1, 0)$$

$$\therefore \sin 2 = 3 \Rightarrow \sin 2 = 3$$

$$\sin 2 = 3 \Rightarrow \sin 2 = 3$$

٥ (ج)

الحل:

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

٦ (د)

الحل:

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

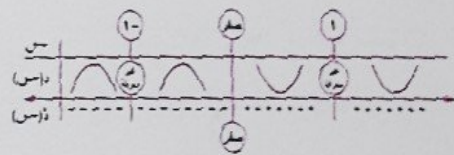
$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$



نقطة الانقلاب هي (0, 0)

الميل عند (0, 0) هو 2

$$\therefore \text{قياس الزاوية التي يصنعها المماس} = \frac{\pi}{4}$$

٧ (ب)

الحل:

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

$$\sin 2 = \sin 2 \Rightarrow \sin 2 = \sin 2$$

٩ (ج)

٨ (ج)

١٣ (د)

الحل:

$$\text{ما ص} + \text{ما}^2 \text{ ص} = 0$$

(بالاشتقاق بالنسبة إلى ص)

$$\therefore \text{ما ص} - \frac{\text{ص}}{\text{ص}} - 2 \text{ ما}^2 \text{ ص} = 0$$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى ص)

$$\therefore \text{ما ص} - \frac{\text{ص}}{\text{ص}} + \frac{\text{ص}}{\text{ص}} - \frac{\text{ص}}{\text{ص}} - \frac{\text{ص}}{\text{ص}} - \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = 0$$

(بالقسمة على ما ص)

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} - \left(\frac{\text{ص}}{\text{ص}} \right) \text{ ما ص} = 2 \text{ ما ص} - \text{ما ص}$$

١٤ (ج)

الحل:

$$\text{د (ص)} = (\text{ص} - 2) \text{ هـ ص}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = (\text{ص} - 2) \text{ هـ ص} + \text{هـ ص} - 1 \times \text{هـ ص}$$

$$= \text{هـ ص} (\text{ص} - 1)$$

$$\therefore \text{د (ص)} = \text{هـ ص} (\text{ص} - 1) + (\text{ص} - 1) \text{ هـ ص} = \text{هـ ص} (\text{ص} - 1)$$

$$\text{بوضع د (ص)} = 0$$

$$\therefore \text{هـ ص} (\text{ص} - 1) = 0$$

$$\therefore \text{ص} = 1 \quad \text{و} \quad \text{ص} = 0$$

$$\therefore \text{د (ص)} = (\text{ص} - 1) \text{ هـ ص} \text{ (سالبة)}$$

$$\therefore \text{توجد قيمة عظمى محلية عند ص} = 1$$

$$\text{وقيمتها د} = (\text{ص} - 1) \text{ هـ ص}$$

١٥ (ب)

الحل:

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}} \quad \text{و} \quad \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

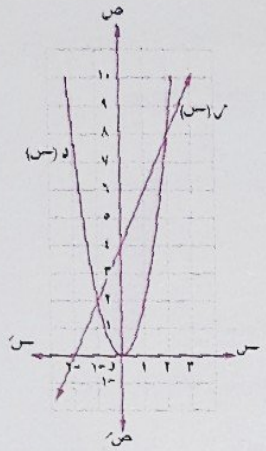
$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

١٦ (ب)

١٧ (ج)

الحل:



$$\text{د (ص)} = 2 \text{ ص}^2, \quad \text{هـ (ص)} = 2 \text{ ص} + 4$$

بحل المعادلتين:

$$\therefore \text{ص} = 2, \quad \text{ص} = -1$$

$$\therefore \text{المساحة} = \int_{-1}^2 ((2 \text{ ص}^2) - (2 \text{ ص} + 4)) \text{ د ص}$$

$$= \int_{-1}^2 (2 \text{ ص}^2 - 2 \text{ ص} - 4) \text{ د ص}$$

$$= \left[\frac{2}{3} \text{ ص}^3 - \text{ص}^2 - 4 \text{ ص} \right]_{-1}^2$$

$$= 9 \text{ وحدة مربعة}$$

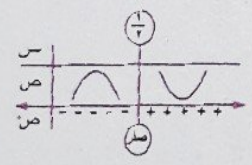
١٨ (ج)

الحل:

$$\text{ص} = 2 \text{ ص}^2 - 2 \text{ ص}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}} \quad \text{و} \quad \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ص}}$$

$$\therefore \text{بوضع } \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = 0$$



$$\therefore \text{المنحنى محدب لأعلى في الفترة } \left[-\frac{1}{3}, \infty \right)$$

$$\text{ومحدب لأسفل في الفترة } \left[\frac{1}{3}, \infty \right)$$

$$\text{بوضع } \frac{\text{ص}}{\text{ص}} = 0 \quad \text{فإن: } \text{ص} = 0, \quad \text{ص} = 1$$

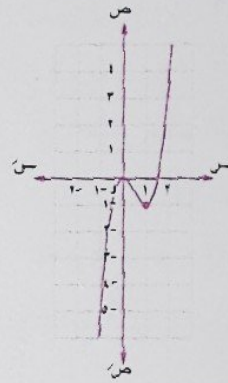
$$\text{عند ص} = 0$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{ص}} > 0 \text{ عندها قيمة عظمى محلية} = \text{مسفر}$$

عند $s = 1$

$\frac{s^2}{1-s} < 0$ عندما قيمة صفري محلية $= 1$

س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س
س	س	س	س	س	س



١٩ (د)

الحل:

$$\frac{s}{s^2} = 200 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \pi \times 200$$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \pi \times 200$$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \pi \times 200$$

عندما نق $10 =$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \pi \times 200$$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \pi \times 200$$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \pi \times 200$$

٢٠ (ا)

الحل:

$$\left[\frac{s}{1+s} \right] = 2 \Rightarrow \frac{s}{1+s} = 2$$

$$2 = \frac{s}{1+s}$$

$$2 = \frac{s}{1+s}$$

$$17 = 9$$

٢١ (ج)

الحل:

$$\frac{s}{s^2} = \frac{10}{s}$$

$$\frac{s}{s^2} = \frac{10}{s}$$

٢٢ (ا)

الحل:

$$\left[\frac{s^2}{1-s} \right] = \frac{s^2}{1-s}$$

$$\left[\frac{s^2}{1-s} \right] =$$

$$\left[\frac{s^2}{1-s} \right] =$$

٢٣ (د)

الحل:

$$\frac{s}{s^2} = \frac{2}{1+s}$$

$$\therefore \frac{s}{s^2} = \frac{2}{1+s}$$

٢٤ (ب)

الحل:

بفرض أن النقطة Q هي (s, v)

$$v = \frac{1}{s} - 2 = \frac{1}{s} - 2$$

$$\text{مساحة المثلث (م)} = \frac{1}{2} \times 2 \times s = s$$

$$2 = \frac{1}{s} - 2$$

$$\therefore \frac{1}{s} - 2 = \frac{1}{s}$$

$$\therefore \frac{1}{s} - 2 = \frac{1}{s}$$

$$\therefore \text{أكبر مساحة للمثلث} = 2 \times 2 = 4$$

$$2 = \text{وحدة مربعة}$$

٢٥ (ج)

الحل:

$$v = \frac{1}{s} - 2$$

$$\therefore s = \pm 2$$

$$\therefore \text{الحجم} = \pi \left[\frac{s^2}{1-s} \right]$$

$$\pi = \frac{s^2}{1-s}$$

$$\pi = \frac{s^2}{1-s}$$

$$\pi = \frac{s^2}{1-s}$$

إجابات اختبارات الكتاب المدرسي

الاختبار الأول

- (ب) ٢ (ب) ٢ (ج) ١
(ج) ٦ (د) ٥ (ب) ٤



$$(1) \left[\begin{array}{c} \text{ماس مئاًس و س} \\ - \\ \text{ماس مئاًس و س} \end{array} \right] = \frac{1}{4} \text{ مئاًس و س} + \text{ث}$$

(ب) $ss - s^2 - s^2 + s^2 = 0$

عند $s = 1$ $\therefore 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = 0$

$\therefore \text{ص}^1 = 1$ $\therefore \text{ص}^2 = 1$

باشتقاق (۶) بالنسبة إلى س

$$\therefore \text{م} \text{س} \text{ص} (\text{ح} \text{س} + \text{ص}) - 2 \text{س} + 3 \text{ص}^2 \text{ص} = .$$

عند (١-٠)

$$\therefore = \text{ص} (1-) 2 + . - (. + 1-) 1 \therefore$$

$$\therefore -1 + 2\sqrt{3} = \cdot$$

$$\frac{1}{3} = \dots \left(\frac{1}{3} \right) \therefore \frac{1}{3} = \dots$$

$$(i) \quad 2 - 4 - 5 - 3 = 2 + 3 - 5 - 4$$

(بالاشتقاق بالنسبة إلى α)

$$\therefore 2\text{ ص} - 2\text{ ص} - 2\text{ ص} - \frac{2\text{ ص}}{2\text{ ص}} - \frac{2\text{ ص}}{2\text{ ص}} = 0$$

$$\frac{14-}{0} = (1-1)\left(\frac{ص}{س}\right) \therefore \frac{ص^2 - س^2}{ص^2 + س^2} = \frac{ص}{س} \therefore$$

∴ معادلة المماس هي: $\frac{14 - \text{ص}}{0} = \frac{4 - \text{ح}}{1 + \text{ح}}$

أى أن : ١٤ س + ٥ ص - ٦ = .

(ب) نفرض أن طولاً ضلعى القائمة بعد مرور t دقيقة هما

$$(v - 20), \left(v \frac{1}{7} + 7\right)$$

① مساحة المثلث م = $(\nu - ٢٠) \left(\nu \frac{1}{٢} + ٦ \right) \times \frac{1}{٢}$

$$\left(2v \frac{1}{r} - v\epsilon + 1\lambda.\right) \times \frac{1}{r} =$$

$$2 \frac{1}{7} - 22 + 9. =$$

$$\approx \frac{1}{r} - r = \frac{ps}{ns} \therefore$$

$$د/٢ سم ١ = (٢) \frac{١}{٢} - ٢ = \frac{٢٥}{٢٥} : ٢ = ٢ \text{ عند}$$

② عندما $\frac{P_s}{P_d}$

$$1 = v \therefore \cdot = v \frac{1}{r} - r \therefore$$

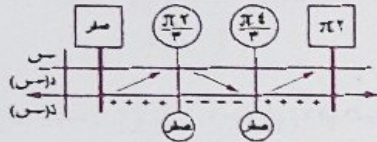
$$(1) \quad d(s) = s + 2 \text{ ما } s$$

∴ المجال = $[-\pi, \pi]$ ، د (س) = $1 + 2$ حاس

، بوضع دُ (س) = ٠ نجد أن $١ + ٢$ مئاس = ٠ .

منها ما س $\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{\pi 4}{2}, \frac{\pi 2}{2} = \pi$

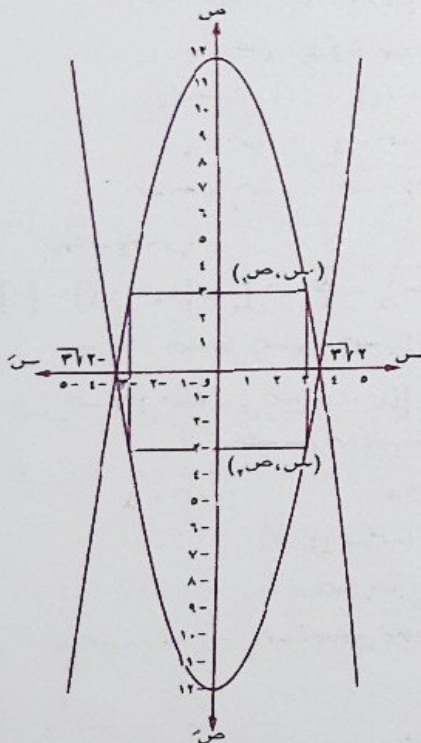
∴ النقطة الحرجة هي عند $s = \frac{\pi}{2}$ ، $i \frac{\pi}{2}$



∴ الدالة مقترابدة في كل من :

$]\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ ، متناقصة في $]\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ ، $]\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

(ب)



ص_۱ = ۱۲ - ص_۲ صفر > ص > ۲۱

$$\text{صفر} > \text{س} > ۲۱۲ \quad \text{ص} = \text{س}^2 - ۱۲$$

∴ بعدا المستطيل = ٢ س أفقياً

$$، رأسيًا = ص_1 - ص_2 = (١٢ - ٢) - (٢ - ١٢)$$

$$12 - 12 + 12 = 12$$

$$2 - 2 - 28 =$$

الاختبار الثاني

١

- (ب) ٢ (ج) ٣ (ب) ١
(ج) ٦ (ج) ٥ (ا) ٤

٢

$$(1) (1) \left[\text{س (2 - س) (1 - س)} \right]$$

$$\text{بوضع } ع = 2 - س$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1}{4} + ع \therefore \frac{1}{4} + ع = \frac{1}{4} \text{ و } ع = 0$$

$$\therefore \left[\text{س (2 - س) (1 - س)} \right]$$

$$= \left[\frac{1}{4} + ع \cdot \left(\frac{1}{4} + ع \right) \cdot (2 - \frac{1}{4} - ع) \right]$$

$$= \left[\frac{1}{4} + ع \cdot \left(\frac{1}{4} + ع \right) \cdot (2 - \frac{1}{4} - ع) \right]$$

$$= \frac{1}{4} + ع \cdot \frac{1}{4} + ع^2 + \frac{1}{4} + ع \cdot \frac{1}{4} + ع^2$$

$$= \frac{1}{4} + ع \cdot \frac{1}{4} + ع^2 + \frac{1}{4} + ع \cdot \frac{1}{4} + ع^2$$

$$(2) \left[\text{س}^2 - \text{س} \right]$$

$$= -\frac{1}{4} \text{ س}^2 - \text{س}$$

$$+ \left[\frac{1}{4} \text{ س}^2 - \text{س} \right]$$

$$= -\frac{1}{4} \text{ س}^2 - \text{س} + \frac{1}{4} \text{ س}^2 - \text{س} = -2\text{س}$$

$$(ب) \text{ نفرض ص} = \sqrt{16 + 2\text{س}}, ع = \frac{\text{س}}{2 - \text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{2}{\sqrt{16 + 2\text{س}}} = \frac{2}{\sqrt{2(8 + \text{س})}} = \frac{1}{\sqrt{8 + \text{س}}}$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{(2 - \text{س})}{\sqrt{2(8 + \text{س})}} = \frac{2 - \text{س}}{\sqrt{2(8 + \text{س})}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}} \div \frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}} \div \frac{2 - \text{س}}{\sqrt{2(8 + \text{س})}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}} \cdot \frac{\sqrt{2(8 + \text{س})}}{2 - \text{س}}$$

$$= \frac{\text{ص} \cdot \sqrt{2(8 + \text{س})}}{(2 - \text{س})}$$

$$\text{عند } \text{س} = 2 :$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{10}{10} = \frac{2(2 - 2) \cdot (2 - 2)}{2(2 - 2) + 16} = \frac{0}{16} = 0$$

٣

$$(1) \text{ س} \text{ مناص} + \text{ص} \text{ مناص} = 1$$

(بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$$\therefore \text{مناص} + \text{ص} (- \text{مناص}) = \frac{\text{ص}}{\text{ع}} + \frac{\text{ص}}{\text{ع}} \text{ مناص}$$

$$0 = \text{ص} (- \text{مناص})$$

$$\therefore \text{مساحة المستطيل} = م = 2 \times (24 - 2) = 44$$

$$= 48 \text{ س} - 4 \text{ س}^2$$

$$\therefore م = 48 - 4 \text{ س}^2$$

$$\text{بوضع } م = 0 \therefore 48 - 4 \text{ س}^2 = 0 \therefore 2 = \text{س}$$

$$\therefore م = 24 - 4 \text{ س} \therefore [م] \text{ س} = 2 > 0$$

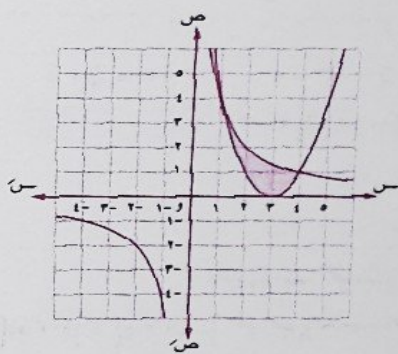
$$\therefore \text{عند } \text{س} = 2 \text{ تكون لـ } م \text{ قيمة عظمى}$$

$$\therefore \text{أكبر مساحة للمستطيل}$$

$$م = 2 \times 48 - 4 \times 2^2 = 64$$

٥

(1)



$$\text{ص} = \frac{4}{\text{س}}, \text{ ص} = (2 - \text{س})^2$$

$$\text{يتقاطعا عند } \text{س} = 1, \text{ س} = 4$$

$$\text{وفي هذه الفترة } \text{ص} \leq \text{ص}$$

$$\therefore \text{الحجم} = \pi \left[\text{ص}_1 - \text{ص}_2 \right]$$

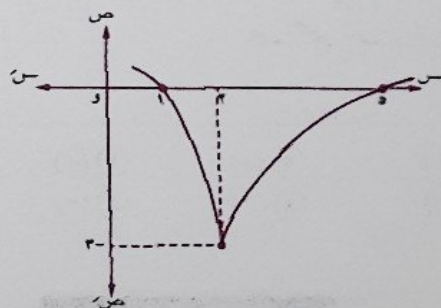
$$= \pi \left[\left(\frac{4}{\text{س}} \right)^2 - (2 - \text{س})^2 \right]$$

$$= \pi \left[\left(\frac{16}{\text{س}^2} \right) - (2 - \text{س})^2 \right]$$

$$= \pi \left[\left(\frac{16}{\text{س}^2} \right) - (2 - \text{س})^2 \right]$$

$$= 4 \pi \text{ وحدة حجم}$$

(ب)



$$\therefore \frac{ص}{س} = (-س \text{ ماص} + \text{مئاص})$$

$$= -\text{مئاص} + \text{ص ماص}$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{\text{ص ماص} - \text{مئاص}}{\text{مئاص} - \text{ص ماص}}$$

$$(ب) د (س) = ٢س + ٦س + ٥$$

$$\therefore د (س) = ٦س + ١٢س$$

$$\text{بوضع د (س)} = ٠ = ٦س + ١٢س = ٠$$

$$\therefore ٦س (٢ + س) = ٠$$

$$\therefore س = ٠ \text{ ، } [١, -١] \text{ ، } ٢ = س \text{ ، } [١, -١] \neq$$

$$د (١-) = ٢(١-) + ٦(١-) + ٥ = ٩$$

$$د (٠) = ٢(٠) + ٦(٠) + ٥ = ٥$$

$$د (١) = ٢(١) + ٦(١) + ٥ = ١٣$$

$$\text{للدالة قيمة عظمى مطلقة} = ١٣ \text{ عند } س = ١$$

$$\text{وقيمة صغرى مطلقة} = ٥ \text{ عند } س = ٠$$

$$(١) د (س) = \begin{cases} ٢س + س & س > ٠ \\ ٢س - س & س \leq ٠ \end{cases}$$

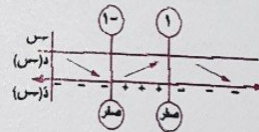
$$\therefore د (س) = \begin{cases} ٢س + ٢س & س > ٠ \\ ٢س - ٢س & س < ٠ \end{cases}$$

$$د (٠) = (٠) = ٢$$

$$د (س) = ٠ = ٢س + ٢س = ٠$$

$$\therefore س = ١ -$$

$$٢ - ٢س = ٠ \therefore س = ١ <$$



الدالة لها قيمة صغرى محليه عند س = ١ -

$$د (١-) = ٢(١-) + (١-) = ١ -$$

ولها قيمة عظمى محليه عند س = ١

$$د (١) = ٢(١) - (١) = ١$$

$$١ - د (س) = س = (٢س + س) \text{ ، } [١, -١]$$

$$+ (٢س - س) \text{ ، } [١, -١]$$

$$= [س \frac{١}{٢} + ٢س] + [س \frac{١}{٢} - ٢س] =$$

$$= [(١-) \frac{١}{٢} + ٢(١-)] - (٠) =$$

$$\frac{٢}{٢} = [(٠) - (٢) \frac{١}{٢} - ٢(٢)] +$$

(ب) حجم المكعب ح = س بالاشتقاق بالنسبة للزمن

$$\therefore \frac{ح}{س} = ٢س - \frac{ح}{س}$$

$$\text{، عند } \frac{ح}{س} = ٢٧ \text{ سم}^٢ / د ، س = ٣$$

$$\therefore ٢٧ = ٢(٣) \cdot \frac{ح}{س} \therefore \frac{ح}{س} = ١$$

، مساحة أوجهه م = ٦س

$$\text{بالاشتقاق بالنسبة للزمن} \therefore \frac{ح}{س} = \frac{٢س}{١٢س} \cdot س$$

$$\text{، عند } س = ٣ ، ١ = \frac{ح}{س}$$

$$\therefore \frac{ح}{س} = ١٢ = (٣) \cdot (١) = ٣٦ \text{ سم}^٢ / د$$

٥

(١) نوجد نقط التقاطع س = ٦س - س

$$٢س - ٦س = ٠$$

$$٢س (٢ - س) = ٠$$

$$\therefore س = ٠ ، ٢ = س$$

الاشارة بين المنحنين

$$= [٢(٦س - س) - (٢س)] \cdot س$$

$$= [٢(٦س - ٢س) - ٢س] \cdot س$$

$$= [٢(٦س - ٢س) - ٢س] \cdot س = [٢(٦س - ٢س) - ٢س] \cdot س$$

$$= ٩ \text{ وحدة مربعة}$$

$$(ب) د (س) = ٢س + ٢س + ٢س$$

$$\text{بوضع } س = ٢ ، ص = ٢$$

$$\therefore ٢(٢) + ٢(٢) + ٢(٢) = ٢$$

$$\therefore ٢ + ٢ + ٢ = ٢$$

$$\therefore ٢ + ٢ + ٢ = ٢$$

$$د (س) = ٢س + ٢س + ٢س$$

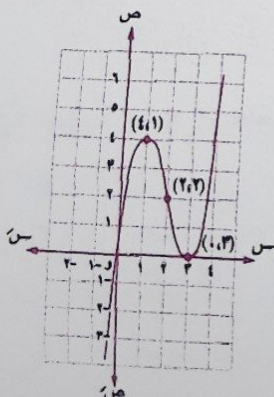
$$د (س) = ٢س + ٢س + ٢س$$

$$\text{بوضع د (س)} = ٠ ، س = ٢$$

$$٢ = ٢ + ٢ + ٢$$

$$\text{، بالتعويض في (١) : } ٢ = ٢ + ٢ + ٢$$

$$\therefore ٩ = ٢$$



الاختبار الثالث

١

- (١) (ب) (٢) (ب) (٣) (د)
(٤) (ج) (٥) (ا) (٦) (ا)

٢

(1) ص = س^٢ لوم س

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{٢}{س} \Rightarrow ٢ = س \text{ لوم س} + س \times \frac{١}{س}$$

$$٢ = س \text{ لوم س} + س$$

$$س = (٢ \text{ لوم س} + ١)$$

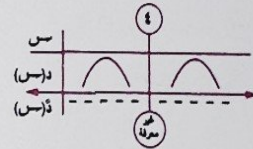
(ب) د (س) = $\sqrt[٢]{(٤ - س)} = \sqrt[٢]{٢(٢ - س)}$

$$\therefore \text{د (س)} = \frac{٢}{٢} (٢ - س) = ٢ - س$$

د (٤) غير معرفة لان لها معاس رأسى

$$\text{د (س)} = \frac{٢ - س}{٩} = \frac{٢}{٩} (٢ - س) = \frac{٢ - س}{٩}$$

د (س) غير معرفة عند س = ٤



المنحنى محدب لأعلى فى $[-\infty, ٤]$ ، ٤ ، $[\infty, \infty)$ وليس للمنحنى نقط انقلاب.

٣

(1)

(١) $س (س - ٥) س^٢$

$$\text{بوضع } ع = س - ٥ \therefore س = ع + ٥$$

$$س = ع$$

$$\therefore س (س - ٥) س^٢$$

$$= (ع + ٥) (٥ - ع) ع^٢$$

$$= (ع^٢ + ٥ع) (٥ - ع) = ٥ع^٢ + ٥ع - ع^٣ - ٥ع^٢ = ٥ع - ع^٣$$

$$= \frac{١}{٥} (٥ - س) + \frac{٥}{٤} (٥ - س) + \frac{٥}{٤} (٥ - س)^٢$$

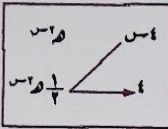
حل آخر:

$$س (س - ٥) س^٢$$

$$= (س - ٥) (٥ + ٥ - س) س^٢$$

$$= (س - ٥) (١٠ - س) س^٢$$

$$= \frac{١}{٥} (٥ - س) + \frac{٥}{٤} (٥ - س) + \frac{٥}{٤} (٥ - س)^٢$$



(٢) $س^٢ س^٢ س^٢$

$$= س^٢ س^٢ س^٢$$

$$- س^٢ س^٢ س^٢$$

$$= س^٢ س^٢ س^٢ - س^٢ س^٢ س^٢ + س^٢ س^٢ س^٢$$

$$= س^٢ س^٢ س^٢ - س^٢ س^٢ س^٢ + س^٢ س^٢ س^٢$$

(ب) د (س) = س - ٤ - س^٢ بالتفاضل بالنسبة لـ س

$$\therefore \text{د (س)} = س - ٤ - س^٢$$

$$\therefore \text{د (س)} = س - ٤ - س^٢$$

$$\therefore \text{د (س)} = س - ٤ - س^٢$$

$$س = ٠ ، س = ٣$$

$$\therefore \text{د (س)} = ٠ ، \text{د (س)} = ٣ ، \text{د (س)} = ٤$$

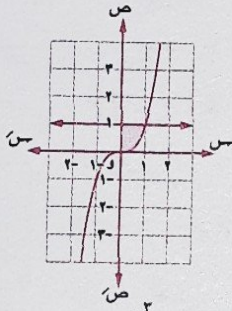
الدالة لها قيمة عظمى مطلقة = ٠

عند س = ٠ ، س = ٤

ولها قيمة صغرى مطلقة = -٢٧ عند س = ٣

٤

(1)



$$ص = ١ ، ص = ٣$$

$$\therefore ص \leq ص \text{ فى الفترة } [١, ٣]$$

$$\therefore \text{الحجم } \pi = (ص - ص) (ص - ص)$$

$$\pi = (١ - ص) (٣ - ص)$$

$$\pi = (١ - ص) (٣ - ص) = \frac{١}{٧} \pi \text{ وحدة حجم}$$

$$\therefore \pi \text{ نق } \frac{١}{٧} = ٤٢ \times \frac{١}{٧}$$

$$\therefore \text{نق } \frac{١}{٧} = \text{وحدة طول}$$

(ب) نفرض أن طولاً ضلعى

المثلث متساوى الساقين

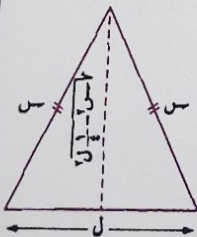
س وطول القاعدة ل

$$\therefore م = \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} = \frac{١}{٧}$$

وبالاشتقاق بالنسبة للزمن

$$\therefore \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} = \frac{١}{٧}$$

$$= \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧}$$



$$(2) \left[\frac{1-s}{2+s} \right]$$

نفرض أن $E = 2 + s$ ، $s = E - 2$ ،

$$E - 2 = 1 - s$$

$$\therefore \text{التكامل} = \int \frac{E-2}{E} ds$$

$$= \int \left(1 - \frac{2}{E} \right) ds$$

$$= \frac{2}{3} E^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} E^{-\frac{1}{3}} + C$$

$$= \frac{2}{3} E^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} E^{-\frac{1}{3}} + C$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt[3]{E^2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{E} + C$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt[3]{(2+s)^2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{2+s} + C$$

(ب) ما ص + ما ٢ س = ٠ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$$\text{ما ص} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{(2+s)^2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{2+s}$$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$$\therefore \text{ما ص} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{(2+s)^2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{2+s} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt[3]{(2+s)^2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{2+s}$$

(بالقسمة على ما ص)

$$\therefore \frac{2}{3} \sqrt[3]{(2+s)^2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{2+s} = 4 \text{ ما ٢ س} \text{ فاص}$$

٢

$$(1) \left[\frac{1}{2} (2+s) + \frac{1}{2} (2+s) \right] ds$$

$$= \frac{1}{2} (2+s) + \frac{1}{2} (2+s) ds$$

$$= \frac{1}{2} (2+s) + \frac{1}{2} (2+s) ds$$

$$= \frac{1}{2} (2+s) + \frac{1}{2} (2+s) ds$$

$$(ب) د (س) = 4س^2 + 2س + 1$$

$$\therefore د (س) = 4س^2 + 2س + 1$$

$$د (س) = 4س^2 + 2س + 1$$

\therefore المنحنى له نقطة انقلاب عند (١ ، ٢)

$$\therefore د (١) = ٦ \text{ صفر} \therefore ٦ + ٢ + ١ = ٩$$

$$\therefore ٩ - ٢ = ٧$$

(١)

\therefore المنحنى له قيمة عظمى محلية عند (٢ ، ٤)

$$\therefore د (٢) = ١٦ \text{ صفر} \therefore ١٦ + ٤ + ١ = ٢١$$

$$\text{ومن (١) : } ٢١ - ١٦ = ٥$$

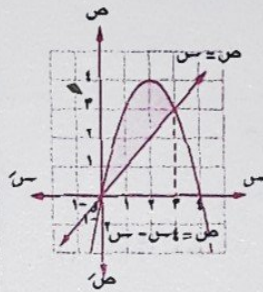
(٢)

بوضع $\frac{E}{s} = 2 - \frac{1}{s}$ ، $s = L$:

$$\therefore \frac{E}{s} = (2 - \frac{1}{s}) \frac{L}{\sqrt[3]{L} - \sqrt[3]{\frac{L}{2}}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}}$$

\therefore معدل تناقص المساحة = $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$ ل سم^٢/د

٥



$$(1) \therefore s - s = 0$$

$$s = s$$

إيجاد نقاط

التقاطع :

$$s = 4س - 2س$$

$$\therefore 2س - 2س = 0$$

$$\therefore s = (2 - s)$$

$$\therefore s = 0 \text{ ، } s = 2$$

$$\text{المساحة} = \int_0^2 (4س - 2س) ds$$

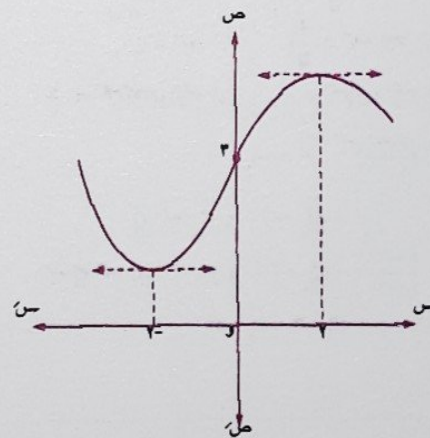
$$= \int_0^2 (4س - 2س) ds$$

$$= \left[2س^2 - \frac{2}{3}س^3 \right]_0^2$$

$$= \left[2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 \right] - [0] =$$

$$= \frac{8}{3} \text{ وحدة مربعة.}$$

(ب)



الاختبار الرابع

١

$$(1) (ب) (2) (ب) (3) (ب)$$

$$(4) (د) (5) (ب) (6) (ب)$$

٢

$$(1) (1) \left[\frac{1}{2} (2س^2 - 4س^2) \right] ds$$

$$= \frac{1}{2} (2س^2 - 4س^2) ds$$

$$= \frac{1}{2} (2س^2 - 4س^2) ds$$

∴ المنحنى يمر بالنقطة (١، ٢)

∴ د (١) : $٢ = ١ + ١ + ٠ + ٠ + ٠$ ∴ $٢ = ١ + ١ + ٠ + ٠ + ٠$

ومن (١)، (٢) : ∴ $٢ = ١ + ١ + ٠ + ٠ + ٠$

∴ $٢ = ١ + ١ + ٠ + ٠ + ٠$

∴ المنحنى يمر بالنقطة (٢، ٤)

∴ د (٢) : $٤ = ٢ + ٢ + ٠ + ٠ + ٠$ ∴ $٤ = ٢ + ٢ + ٠ + ٠ + ٠$

ومن (١)، (٢) : ∴ $٤ = ٢ + ٢ + ٠ + ٠ + ٠$

∴ $٤ = ٢ + ٢ + ٠ + ٠ + ٠$

وبحل المعادلتين (٢)، (٤) :

∴ $٢ = ١ + ١ + ٠ + ٠ + ٠$ ∴ $٢ = ١ + ١ + ٠ + ٠ + ٠$

∴ معادلة المنحنى هي : د (س) = $٢ - ٢س + ٢س^٢$

١

(١) $١ = ٢ - ٢س + ٢س^٢$ ∴ $١ = ٢ - ٢س + ٢س^٢$

∴ $١ = ٢ - ٢س + ٢س^٢$

عند $س = ٠$ فإن : $١ = ٢ - ٢(٠) + ٢(٠)^٢$

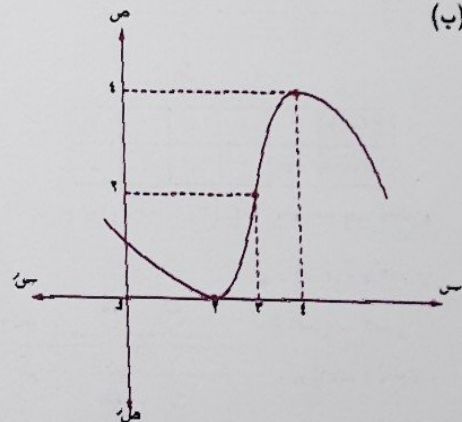
عند $س = ١$ فإن : $١ = ٢ - ٢(١) + ٢(١)^٢$

∴ المساحة = $\int_0^1 (٢ - ٢س + ٢س^٢) دس$

= $\left[٢س - س^٢ + \frac{٢}{٣}س^٣ \right]_0^1$

= $\frac{١}{٣}$ وحدة مربعة.

(ب)



٥

(١) نوجد نقط التقاطع : ص = $\frac{٤}{٣}$ ، ص = $٥ - ٥س$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$ ∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

(ب) $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$ بالاشتقاق بالنسبة للزمن

∴ $\frac{دس}{دس} = \frac{٤}{٤} - \frac{٥}{٤}س + \frac{١٠}{٤}س^٢$

نقطة ١ : $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$ ، $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

نقطة ٢ : $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$ ، $٤ = ٤ - ٥س + ٥س^٢$

∴ $\frac{دس}{دس} = \frac{٤}{٤} - \frac{٥}{٤}س + \frac{١٠}{٤}س^٢$

∴ معدل تناقص المساحة (ع) المحصورة بين الدائرتين

$\pi \cdot ٧,٦ = \pi \cdot ٧,٦$

الاختبار الخامس

١

(١) $٠, \infty, \cup, \infty, \infty$

(٢) $١, \infty, \infty$

(٣) $٢, ٤$

٢

(١) $\left(\frac{٥+س}{٢} \right) دس$

= $\left(\frac{٥+س}{٢} \right) دس$

= $\left(\frac{٥+س}{٢} \right) دس$

(٢) $\left[\frac{٥}{٦} - \frac{٥س}{١-٢س} \right] دس$

= $\frac{٥}{٦} - \frac{٥س}{١-٢س}$

(ب) (١) د (س) = $١ - ٩س + ٩س^٢$

∴ د (س) = $١ - ٩س + ٩س^٢$

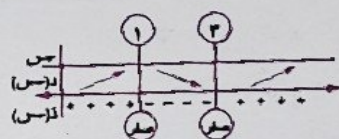
بوضع د (س) = ٠ :

∴ $١ - ٩س + ٩س^٢ = ٠$

∴ $١ - ٩س + ٩س^٢ = ٠$

∴ $١ - ٩س + ٩س^٢ = ٠$

∴ $١ - ٩س + ٩س^٢ = ٠$



الدالة متزايدة في الفترة $س \in [1, \infty)$

$س \in [2, \infty)$

ومتناقصة في الفترة $س \in [1, 2)$

④ د (0) = 1- ، د (1) = 2- ، د (2) = 1

∴ الدالة لها قيمة صغرى مطلقة = 1- عند س = 0

ولها قيمة عظمى مطلقة = 2 عند س = 1

٢

(1) ص = 4 + طاس - قاس

∴ $\frac{4}{س} = 2 - قاس$ ، قاس طاس

= - قاس - 2 قاس طاس

∴ $\frac{4}{س} = \frac{\pi}{4}$ ، س = 4

∴ ميل المماس = 6- ، ميل العمودي = $\frac{1}{3}$

∴ عند س = $\frac{\pi}{4}$ ، ص = 2

∴ النقطة $(\frac{\pi}{4}, 2)$

∴ معادلة العمودي هي : $(ص - 2) = \frac{1}{3}(س - \frac{\pi}{4})$

أي أن : 4 س - 24 ص - 72 = 0

(ب) $\frac{4}{س} = 2 + 2$ بالتكامل

∴ $\{س\} = \{2 + 2\} = 4$ ، ∴ $س = 2 + 2 = 4$

عند س = 0 ، ص = 0 (الخزان فارغ) ، ∴ 0 = 0

∴ $س = 2 + 2 = 4$

عند س = 10 : 10 = 10 ، ∴ $س = 2 + 2 = 4$

∴ $س = 10 - 2 = 8$ ، ∴ $س = 2 + 2 = 4$

∴ س = 5 (مرفوض) ، ∴ س = 2

∴ يمتلك الخزان بعد دقيقتان.

٤

(1) نهيا $\frac{1-س}{1+س} = 2$

= نهيا $\frac{2}{1+س} = 1$

بفرض أن : ص = $\frac{2}{1+س}$ منها س = $\frac{1}{1-ص}$

في حالة س = ∞ ، ص = 0

∴ نهيا $\frac{2}{1+س} = 1$

= نهيا $\frac{1}{1+س} = 2$

∴ $\frac{1}{س} = 1$ ، س = 1

(ب) مساحة الملصق

= 800 = س ص

∴ ص = $\frac{800}{س}$

مساحة المستطيل

= (س + 10) (ص + 10)

∴ م = س ص + 10 س + 10 ص + 200

= 200 + $\frac{800}{س} \times 20 + س + 10 + 800$

∴ م = 1600 - 10 س

، م = 2200 - 10 س

بوضع م = 0 ، ∴ س = 40

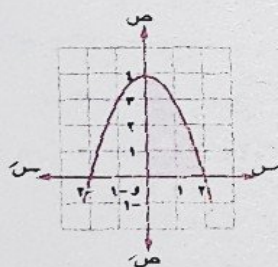
∴ م = 40 ، ∴ س = 40

∴ س = 40 تجعل المساحة أصغر ما يمكن

∴ بعدا المستطيل = 40 + 20 = 60 سم

، 30 = 10 + $\frac{800}{40}$ سم

٣



(1)

ص = 4 - س

∴ الدوران حول محور السينات :

∴ الحجم = $\int_0^4 (4 - س) س ds$

= $\int_0^4 (4س - س^2) ds$

= $\int_0^4 (4س - س^2) ds$

= $\int_0^4 (4س - س^2) ds$

= $\frac{20\pi}{10}$ وحدة حجوم.

(ب) د (س) = س² + 2س + 4

∴ د (س) = س² + 2س + 4

، د (س) = 6 + س

٥

(أ) بفرض أن ص = لور (٩ + س^٢)

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{٩ + س^2}{س} \Rightarrow \frac{ص}{س} = \frac{٩}{س} + س$$

بفرض أن ع = ٢ + س^٢

$$\therefore \frac{ع}{س} = \frac{٢ + س^2}{س} = \frac{٢}{س} + س$$

$$\therefore \frac{ص}{ع} = \frac{\frac{ص}{س}}{\frac{ع}{س}} = \frac{\frac{٩}{س} + س}{\frac{٢}{س} + س} = \frac{٩ + س^2}{٢ + س^2}$$

$$\frac{ص}{ع} = \frac{٩ + س^2}{٢ + س^2}$$

$$\therefore \left(\frac{ص}{ع} \right) = \left(\frac{٩}{٢} \right) \Rightarrow \frac{ص}{ع} = ١$$

(ب) معادلة المستقيم أ ب :

$$\frac{ص - ٣}{س - ١} = \frac{٣ - ٤}{١ - ١} = \frac{٣ - ٤}{١ - ١}$$

$$\therefore ص - ٣ = ٣ - ٤$$

$$\therefore ص = ٣ - ١ = ٢$$

معادلة المستقيم ب ح :

$$\frac{ص - ٠}{س - ١} = \frac{٠ - ٤}{٢ - ١} = \frac{٠ - ٤}{٢ - ١}$$

$$\therefore ص - ٠ = ٤ - ٨$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{٢ - ٠}{١ - ٢} = \frac{٢ - ٠}{١ - ٢} = \frac{٢}{١ - ٢}$$

$$\therefore ص = \frac{٢}{١ - ٢} = -٢$$

∴ مساحة سطح المثلث أ ب ح

$$= \text{مساحة } \Delta أ ب ح + \text{مساحة المثلث ب ح د}$$

$$= \frac{1}{2} [(٣ + س) - (٢ + س)] \times \frac{٢}{١ - ٢} =$$

$$+ \frac{1}{2} [(٢ + س) - (٨ + س)] \times \frac{٢}{١ - ٢} =$$

$$= \frac{1}{2} [٢ + س - ٨ - س] \times \frac{٢}{١ - ٢} =$$

$$= \frac{1}{2} [٢ + س - ٨ - س] \times \frac{٢}{١ - ٢} =$$

$$= \frac{٠}{١ - ٢} = \frac{٠}{١ - ٢} = \frac{٠}{١ - ٢}$$

$$\therefore \text{إذا كان ص} = \frac{٢}{١ - ٢} = -٢$$

$$\therefore س = \frac{٢}{١ - ٢} = -٢$$

∴ الحجم الناشئ من دوران $\Delta أ ب ح$ حول محور

الصادات

$$\pi = \left[\frac{1}{2} (٢ + س) - \frac{1}{2} (٢ + س) \right] \pi =$$

$$= \left[\frac{1}{2} (٢ + س) - \frac{1}{2} (٢ + س) \right] \pi =$$

$$٢ - = (٢) ، ٤ - = (٢) ، ٥ - = (١ -) ، ٠ = (٠) ،$$

$$٠ = (٠) ،$$

∴ الدالة لها قيمة عظمى مطلقة صفر وتبلغها عند س =

ولها قيمة صغرى مطلقة -٥ وتبلغها عند س = ١ -

$$(ب) \therefore \frac{ص}{س} = \frac{٦ + س^2}{س} = \frac{٦}{س} + س$$

$$\therefore ص = \frac{٦}{س} + س$$

$$، بوضع س = ٠ ، ص = ٥ \therefore ث = ٥$$

$$\therefore ص = \frac{٦}{س} + س = ٥ + \frac{٦}{س}$$

$$بوضع س = ٢ ، ص = ٣ :$$

$$\therefore ٥ + \frac{٦}{٢} = ٣ \Rightarrow ٥ + ٣ = ٣$$

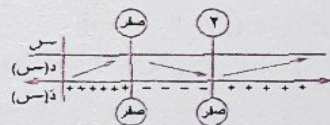
$$\therefore ١٢ - = ٣ \Rightarrow ١٢ - ٢ = ٣$$

$$\therefore ٥ + \frac{٦}{س} = ٣ \Rightarrow ٥ + \frac{٦}{٢} = ٣$$

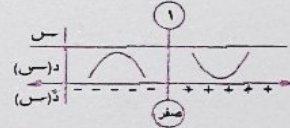
$$\therefore ٥ + \frac{٦}{٢} = ٣ \Rightarrow ٥ + ٣ = ٣$$

$$\therefore ١٢ - = ٣ \Rightarrow ١٢ - ٢ = ٣$$

$$بوضع د (س) = ٠ \therefore ٠ = ١$$



$$، بوضع د (س) = ٠ \therefore ٠ = ١$$

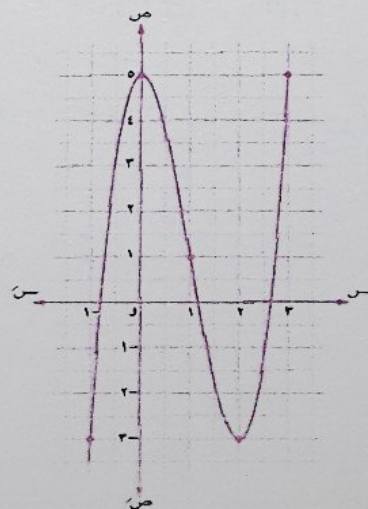


* لإيجاد نقاط التقاطع مع محور الصادات

$$\text{نضع س} = ٠ \therefore ٠ = (٠) ،$$

* نعين نقاط مساعدة : د (١ -) = ٣ - ، د (٣) = ٥

س	١ -	٠	١	٢	٣
د (س)	٣ -	٥	١	٣ -	٥



الاختبار السابع

(ب) نفرض أن أبعاد متوازي المستطيلات هي

(س، س، ع)

$$\therefore \frac{س}{س} = 0.4 \text{ سم/ث} , \frac{ع}{س} = 0.5 \text{ سم/ث}$$

\therefore الحجم (ع) = س² ع

$$\therefore \frac{ع}{س} = \frac{س}{س} \times 2 + \frac{ع}{س} \times 2 = 0.5 \times 2 + 0.4 \times 2 = 1.8$$

$$(6) \times (6) \times (0.5) = 1.8 \text{ سم}^3$$

٤

(أ) بوضع ع = س + ١ \therefore س = ع - ١

\therefore س = ع

عند س = ٠ \therefore ع = ١

عند س = ٢ \therefore ع = ٤

$$\left[\frac{1}{3} (٤ - ٢) \right] = \frac{1}{3} (٤ - ٢) = \frac{2}{3}$$

$$\left[\frac{2}{3} (٤) - \frac{2}{3} (٢) \right] = \frac{4}{3}$$

$$\left[\frac{2}{3} (٤) - \frac{2}{3} (٢) \right] = \frac{4}{3}$$

$$\frac{116}{15} = \left[\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right] -$$

(ب) المحيط = ٤٠٠

$$\therefore ٢ \text{ ص} + ٢ \pi \text{ س} = ٤٠٠$$

$$\therefore \text{ص} = \pi - ٢٠٠ \text{ س}$$

، بفرض مساحة سطح الملعب «م» :

$$\therefore \text{م} = ٢ \text{ س ص} + \pi \text{ س}^2$$

$$= \pi \text{ س}^2 + (٢٠٠ - \pi \text{ س}) ٢ \text{ س}$$

$$= ٤٠٠ \text{ س} - ٢ \pi \text{ س}^2 + \pi \text{ س}^2$$

$$= ٤٠٠ \text{ س} - \pi \text{ س}^2$$

$$\therefore \text{م} = ٤٠٠ \text{ س} - \pi \text{ س}^2$$

$$\text{بوضع م} = ٠ \therefore \text{س} = \frac{٢٠٠}{\pi}$$

$$\text{م} = ٢ - \pi > ٠ \text{ عظمى}$$

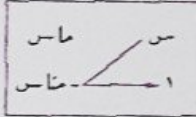
في حالة المساحة أكبر ما يمكن

$$\therefore \text{س} = \frac{٢٠٠}{\pi}$$

$$\therefore \text{ص} = \pi - ٢٠٠ \times \frac{٢٠٠}{\pi} = \text{صفر}$$

أى أن البعد ص يتلاشى ويصبح الشكل دائرة نصف

$$\text{قطرها } \frac{٢٠٠}{\pi}$$



(١) (١) س س س

= س س س

= س س س

= س س س + س + س

(٢) \therefore د (س) = $\sqrt{س^2 + س^2}$ هي دالة زوجية

$$\therefore \left[\frac{1}{3} (٢ - ١) \right] = \frac{1}{3} (٢ - ١) = \frac{1}{3}$$

$$= \left[\frac{1}{3} (٢ - ١) \right] = \frac{1}{3}$$

$$= \left[\frac{2}{3} (١ + ٢) \right] = \frac{2}{3}$$

$$= \left[\frac{2}{3} (١ + ٢) \right] = \frac{2}{3}$$

$$= \left[\frac{2}{3} (١ + ٢) \right] = \frac{2}{3}$$

(ب) ص = لور (٢ - ٢٢٢٢ س)

عند س = $\frac{\pi}{4}$ فإن ص = ٠

$$\frac{ص}{س} = \frac{٢٢٢٢ س}{٢ - ٢٢٢٢ س}$$

\therefore ميل المماس = $\left(\frac{ص}{س} \right) = \frac{\pi}{4} = ١$

\therefore معادلة المماس هي : $\frac{ص}{س} = \frac{\pi}{4} = ١$

ومنها س - ص = $\frac{\pi}{4}$

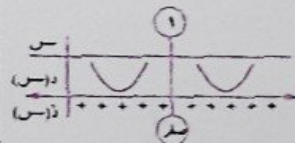
(١) د (س) = (١ - س) + ٢

$$\therefore \text{د} (س) = ٤ (١ - س) + ٢$$

$$\text{د} (س) = ١٢ (١ - س) + ٢$$

بوضع د (س) = ٠

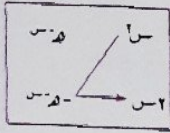
$$\therefore \text{س} = ١$$



المنحنى محدب لأسفل في

الفترة $[-\infty, ١]$ وفي الفترة $[١, \infty]$

وليس له نقطة انقلاب.

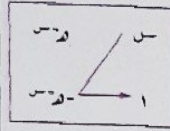


$$② \left[\begin{matrix} \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \end{matrix} \right]$$

$$= - \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س}$$

$$- \left[\begin{matrix} \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \end{matrix} \right]$$

$$= - \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \left[\begin{matrix} \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \end{matrix} \right]$$



$$= - \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س}$$

$$+ \left[\begin{matrix} \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \end{matrix} \right]$$

$$- \left[\begin{matrix} \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \end{matrix} \right]$$

$$= - \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} - \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} + \text{س}^2 \text{هـ} + \text{س} \text{س}$$

$$= - \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \left[\begin{matrix} \text{س}^2 \text{هـ} - \text{س} \text{س} \end{matrix} \right] + \text{س}^2 \text{هـ} + \text{س} \text{س}$$

$$(ب) \text{ د } \left(\frac{\pi}{4} \right) \text{ ط } 2 = \left(\frac{\pi}{4} \right) \text{ ط } 2$$

$$\therefore \text{النقطة } \left(2, \frac{\pi}{4} \right), \text{ د } (س) \text{ ط } 6 \text{ ط } 2 \text{ س. ف } 2 \text{ س}$$

$$\therefore \text{د } \left(\frac{\pi}{4} \right) \text{ ط } 6 = \left(\frac{\pi}{4} \right) \text{ ط } 2 \text{ س. ف } 12 = \frac{\pi}{4} \text{ ط } 2$$

$$\therefore \text{معادلة المماس : ص } - 12 = 2 - (س) \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\therefore \text{ص } 12 = 2 - \pi \text{ س}$$

٢

$$(أ) \left[\begin{matrix} |س - 2| \text{ س} \end{matrix} \right]$$

$$\left. \begin{matrix} 2 - س \leq 2 \\ 2 - س > 2 \end{matrix} \right\} = |س - 2| \text{ س} = (س) \text{ د}$$

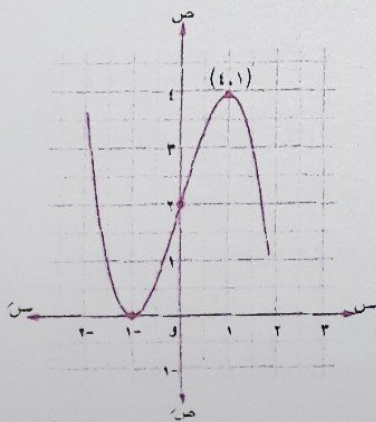
$$\therefore \left[\begin{matrix} \text{د } (س) \text{ س} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \text{س} (2 + س) \end{matrix} \right]$$

$$+ \left[\begin{matrix} \text{س} (2 - س) \end{matrix} \right]$$

$$= \left[\begin{matrix} \frac{1}{4} \text{ س}^2 + 2 \text{ س} - \frac{1}{4} \text{ س}^2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} \frac{1}{4} \text{ س}^2 - 2 \text{ س} + \frac{1}{4} \text{ س}^2 \end{matrix} \right]$$

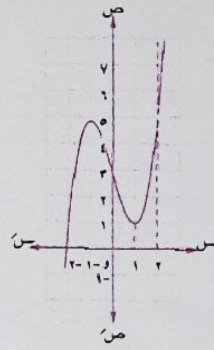
$$= \left[\begin{matrix} (25 - 20) \frac{1}{4} \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} (2 - 4) \frac{1}{4} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \frac{5}{4} \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} -\frac{2}{4} \end{matrix} \right] = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{4} = \left[\begin{matrix} (2 - 2) \frac{1}{4} \end{matrix} \right] - \left[\begin{matrix} (2 - 2) \frac{1}{4} \end{matrix} \right]$$



(ب)

(1)



$$\text{د } (س) = \text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 2\text{س} \therefore \text{د } (س) = 3 - 3\text{س} + 2\text{س}^2$$

$$\text{، بوضع د } (س) = 0 \therefore \text{س} = 1, 1, 0$$

$$\text{د } (0) = 0, \text{ د } (1) = 1, \text{ د } (2) = 5$$

$$\therefore \text{القيمة الصغرى المطلقة } = 1$$

$$\text{، القيمة العظمى المطلقة } = 5$$

$$\text{المساحة المطلوبة } = \int_0^2 (\text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 2\text{س}) \text{ د } \text{س}$$

$$= \left[\begin{matrix} \frac{1}{4} \text{ س}^4 - \text{س}^3 + \text{س}^2 \end{matrix} \right]_0^2$$

$$= 4 \text{ وحدة مربعة.}$$

$$(ب) \text{ الحجم } = \int_0^2 (\text{س}^3 - 3\text{س}^2 + 2\text{س}) \text{ د } \text{س}$$

$$= \left[\begin{matrix} \frac{1}{4} \text{ س}^4 - \text{س}^3 + \text{س}^2 \end{matrix} \right]_0^2$$

$$= \left[\begin{matrix} \frac{1}{4} \text{ س}^4 - \text{س}^3 + \text{س}^2 \end{matrix} \right]_0^2$$

$$= \left[\begin{matrix} (4 - 8 + 4) \end{matrix} \right] = 0$$

$$\pi \text{ وحدة حجوم.}$$

الاختبار الثامن

١

$$② \text{ ف } 7 \text{ ف } 5 \text{ ف } 3 \text{ ف } 1$$

$$① \frac{2}{3}$$

$$③ \text{ د } (س) \text{ س}$$

$$② (1, 0)$$

$$④ \frac{1}{4}$$

$$⑤ \frac{24}{3}$$

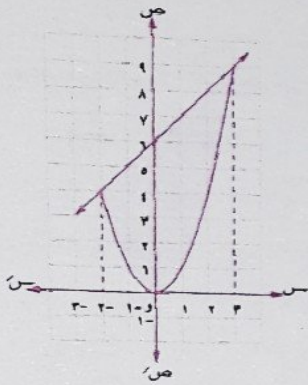
٢

$$(أ) ① \left[\begin{matrix} \frac{27 - (3 + س)}{س} \end{matrix} \right]$$

$$= \left[\begin{matrix} \frac{27 - 27 + س - 27 + 9 + 3\text{س}}{س} \end{matrix} \right]$$

$$= \left[\begin{matrix} (27 + 9 + 3\text{س} - 27) \end{matrix} \right]$$

$$= \frac{1}{3} \text{ س}^3 + \frac{9}{3} \text{ س} + 27 \text{ س} + 3$$



(ب)

$$س ص = 4 + س^2 \quad \therefore ص = س + \frac{4}{س}$$

$$① \text{ المساحة } = \int_1^4 \left(س + \frac{4}{س} \right) دس$$

$$= [4 \text{ لو } |س| + \frac{1}{2} س^2]_1^4$$

$$= 4 \text{ لو } 4 + \frac{1}{2} (16 - 1) = 10 \text{ وحدة مربعة.}$$

$$② \text{ الحجم } = \int_1^4 \pi \left(س + \frac{4}{س} \right)^2 دس$$

$$= \pi \int_1^4 \left(س^2 + 8 + \frac{16}{س^2} \right) دس$$

$$= \pi \left[\frac{1}{3} س^3 + 8س - \frac{16}{س} \right]_1^4$$

$$= 57\pi \text{ وحدة حجم.}$$

الاختبار التاسع

① (أ) ② (ب) ③ (ج) ④ (د)

② (أ) ③ (ب) ④ (ج) ⑤ (د)

٢

(أ)

$$① \left[\frac{س^3}{1-س^2} \right]_1^2 = \frac{8}{1-4} = -\frac{8}{3}$$

$$= \frac{8}{3} \text{ لو } |س| - \frac{1}{2} س^2 + ث$$

$$② [9س^2 - 2س^3]_1^2$$

$$= 36 - 16 = 20$$

$$= 2س - 2س^3$$

$$+ \frac{2}{3} س^3 + ث$$

$$= 2س^3 - 2س^2 + 2س + ث$$

$$(ب) ص = 2س^2 \quad \therefore ص = س^2$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{2}{3} \quad \frac{ص}{س} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \text{ ميل المماس عند } (س, ص) = \left(\frac{ص}{س}, 1 \right) = \left(\frac{2}{3}, 1 \right)$$

$$\therefore \theta = 63.43^\circ \quad \therefore \theta = 63.43^\circ$$

تفاضل	تكامل
$س^2$	$\frac{1}{3} س^3$
$س$	$\frac{1}{2} س^2$
1	$س$
$س^{-1}$	$\ln س $
$س^{-2}$	$-\frac{1}{س}$
$س^{-3}$	$-\frac{1}{2س^2}$

٤

$$(أ) د(س) = \sqrt{3-4س}$$

$$\therefore د(س) = \frac{2}{\sqrt{3-4س}} = \frac{2}{\sqrt{3-4س}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3-4س}}$$

$$د(س) = 0 \text{ عند } س = 0 \Rightarrow [2, 0]$$

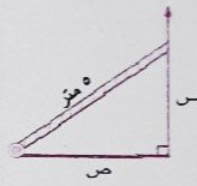
$$د(س) \text{ غير معرفة عند } س = 2 \Rightarrow [2, 0]$$

$$س = 2 \Rightarrow [2, 0]$$

$$د(0) = 6, \quad د(2) = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ الدالة قيمة عظمى مطلقة هي 6 تبلغها عند } س = 0$$

$$\text{ ولها قيمة صغرى مطلقة هي صفر تبلغها عند } س = 2$$



$$(ب) \frac{س}{ص} = 1 \text{ متر/د}$$

ص طول مسقط

القضيب على الأرض

$$\therefore س^2 + ص^2 = 2^2$$

$$\therefore 2س = \frac{س}{ص} + 2 \quad \frac{س}{ص} = \frac{2}{ص}$$

$$\therefore \frac{س}{ص} = \frac{س}{ص} = \frac{س}{ص}$$

$$\therefore \text{ عندما } س = 2 \text{ متر} \quad \therefore ص = 0$$

$$\therefore \frac{س}{ص} = 1 \times \frac{2}{1} = \frac{2}{1} \text{ متر/د}$$

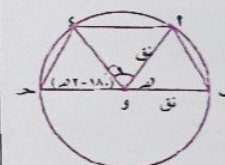
٥

(أ) مساحة شبه المنحرف م

$$= \Delta (أ و ب)$$

$$+ \Delta (ب و ج)$$

$$+ \Delta (ج و د)$$



$$= \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه}$$

$$+ \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} = \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه}$$

$$\therefore \text{ م} = \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه} + \frac{1}{2} \text{ نق}^2 \text{ ماه}$$

$$\therefore \text{ بوضع م} = 0$$

$$\therefore \text{ نق}^2 (2 \text{ ماه}^2 + 1 \text{ ماه}^2) = 1$$

$$\therefore \text{ نق}^2 (2 \text{ ماه}^2 + 1 \text{ ماه}^2) = 1$$

$$\therefore \text{ ماه} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad 1 - \text{ماه} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ ماه} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad 1 - \text{ماه} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ منها زاوية القاعدة (د أ ب ح) } = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

∴ معادلة المماس ص = 1 - $\frac{2}{3}$ (س - 0)

∴ 2س - 3ص = 7

② $\frac{2}{3}ص = \frac{2}{3}ص = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right) \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$\frac{1}{9} \times \left(\frac{2}{3}\right) \frac{2}{3} =$

$\frac{1}{9} = \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} =$

عند س = 1 $\frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

٢

(i) د(س) = |1 - 2س| = 1 - 2س ، 1 > س
د(س) = 2س - 1 ، 1 ≤ س

د(1) = نهيا $\frac{1 - 1 + 1}{1} = 1$

د(1) = نهيا $\frac{1 - 1 + 1}{1} = 1$

∴ د(1) غير موجودة

∴ د(س) = 1 - 2س ، 1 > س
د(س) = 2س - 1 ، 1 < س

د(س) = 1 - 2س ، 1 > س
د(س) = 2س - 1 ، 1 < س

عند س = 1 د(س) = 0 ∴ 1 - 2س = 0

∴ س = 0 وتغير د(س) قبل وبعد الصفر

∴ لها مماس وحيد لأن د(0) موجودة

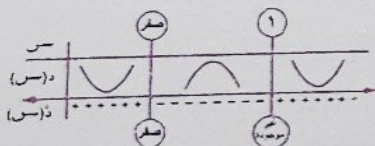
∴ عند س = 0 توجد نقطة انقلاب (0, 1)

عند س = 1 د(س) = 0

∴ 1 - 2س = 0 ∴ س = 0.5 لا تحقق

∴ د(س) غير موجودة عند س = 1

∴ ليس لها مماس وحيد

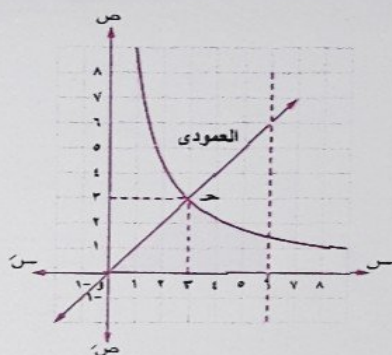


المنحنى محدب لأعلى في [0, 1]

المنحنى محدب لأسفل في [1, ∞)

يوجد نقط انقلاب عند (0.5, 0)

٤



الحجم = $\pi \left[\frac{2}{3} \pi + \pi \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right]$

$\frac{2}{3} \left[\pi + \pi \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right] =$

$\frac{2}{3} \pi + \pi \frac{8}{9} = \pi \frac{10}{3}$

الاختبار المباشر

١

① س = 6 فتا س = 0 - 2س = -12

② س = 4 فتا س = 0 - 2س = -8

③ س = 1 فتا س = 0 - 2س = -2

٢

① (i) س = 1 فتا س = 0 - 2س = -2

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

② $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

① (ب) س = 2 فتا س = 0 - 2س = -4

س = 4 فتا س = 0 - 2س = -8

عند س = 1 س = 2 فتا س = 0 - 2س = -2

س = 1 فتا س = 0 - 2س = -2

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

٥

$$(1) \quad \frac{y}{x} = \frac{6 - 12}{6} = -1$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{6 - 12}{6} = -1$$

$$6 - 6 = 0 \quad \text{ث}$$

\therefore توجد نقطة حرجة عند $x = 1$

$$\therefore 6 - 6 = 0 \quad \text{ث} \quad \therefore 6 - 6 = 0$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{6 - 6}{6} = 0$$

$$\text{بوضع } \frac{y}{x} = 0 \quad \therefore x = 1, 0$$

عند $x = 1$

$$\text{فإن } \left(\frac{y}{x} \right)' > 0 \quad (\text{توجد قيمة عظمى})$$

$$\text{عند } x = 0 \quad \text{فإن } \left(\frac{y}{x} \right)' < 0 \quad (\text{توجد قيمة صغرى})$$

\therefore عند $x = 0$ توجد قيمة صغرى قيمتها ٤

$$\therefore (1, 0) \text{ تقع على المنحنى}$$

$$\therefore \left(\frac{y}{x} \right)' = \frac{6 - 12}{6} = -1$$

$$3 - 2 = 1 \quad \text{ث}$$

$$\therefore 4 = 3 - 2 = 1 \quad \text{ث} \quad \therefore 4 = 3 - 2 = 1$$

$$\therefore 4 = 3 - 2 = 1 \quad \text{ث}$$

\therefore ميل المماس عند $x = 1$

$$\text{هو } \left(\frac{y}{x} \right)' = \frac{6 - 12}{6} = -1$$

$$\therefore \text{ميل العمودي} = \frac{1}{12}$$

عند $x = 1$

$$\therefore 9 = 4 + 3(1) = 12$$

\therefore النقطة هي $(1, 9)$

$$\therefore \text{معادلة العمودي} = \frac{y - 9}{x - 1} = \frac{1}{12}$$

$$\therefore 12 - 12 = 0 \quad \text{ث}$$

$$\text{بوضع } \frac{y}{x} = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{3} \quad (\text{انقلاب})$$

نعين قيمة مساعدة $d = (2)$

٢	١	$\frac{1}{3}$	٠	١	س
٠	٥	$\frac{9}{2}$	٤	٩	ص

$$(ب) \quad \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

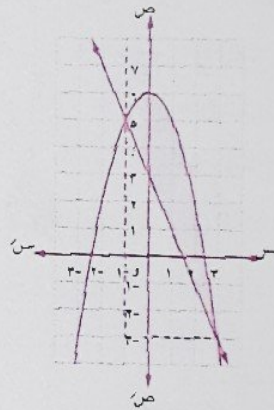
$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$48 = 62 - 15 = 48$$

٤

(1)



$$(1) \quad 6 + 2 = 8 \quad \text{منها } 6 = 2 + 2$$

$$8 = 2 + 2 = 4$$

$$(2) \quad 8 = 2 + 2 = 4$$

بحل المعادلتين (1) ، (2)

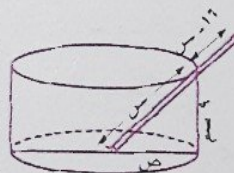
$$\therefore 2 = 3 \quad \text{أ} \quad 1 = 6$$

$$\therefore \text{المساحة} = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$

$$2 = \left[\frac{2}{3} (6 - 6) \right] = 0$$



$$(ب) \quad \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ سم/ث}$$

$$8 = 2 + 2 = 4$$

(بالاشتقاق بالنسبة إلى t)

$$\therefore 2 = \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ سم/ث}$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ سم/ث}$$

عندما يصل الساق إلى نهاية القاعدة

$$\text{ص} = 12 \text{ سم} \quad \text{س} = 15 \text{ سم}$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \text{ سم/ث} = 2 \times \frac{15}{12} = \frac{5}{2} \text{ سم/ث}$$

$$\pi = \mathcal{E}(\text{ب}) \left\{ \text{ص}^2 \text{س} \right\}$$

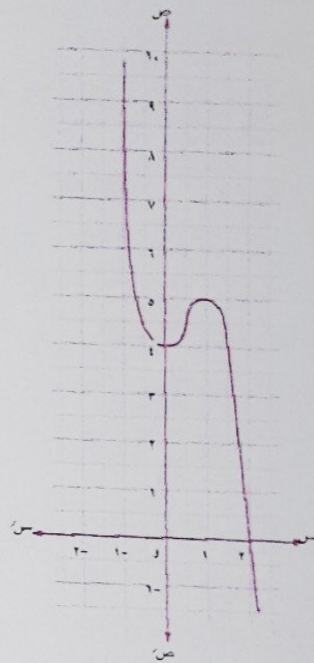
$$\pi = \left\{ \text{س}^2 (1 + \text{س}^2) \right\}$$

$$\pi = \left\{ \text{س} (1 + \text{س}^2 - 2 + \text{س}^2 + \text{س}^2) \right\}$$

$$\pi = \left\{ \text{س} + \text{س}^4 - \text{س} + \text{س}^4 + \text{س}^4 - \text{س}^4 \right\}$$

$$\pi = \left[(0) - \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$\pi = \frac{22}{14} \text{ وحدة حجوم.}$$



اجابات امتحانات مصر

دور اول ٢٠١٧

١

٣

٢

١

٣

١ د (س) = (س - ٢) هـ س

٢ د (س) = (س - ٢) هـ س + هـ س - ١

هـ س = (س - ١)

٣ د (س) = هـ س + (س - ١) هـ س = س - س هـ س

بوضع ٢ د (س) = ٠ هـ س (س - ١) = ٠

١ - س = ٠ هـ س = ١

٤ د (١) = - هـ (سالبة)

٥ توجد قيمة عظمى محلية عند س = ١

وقيمتها د (١) = هـ

٦ د (س) = ٣ س - ٤ س

٢ د (س) = ١٢ س - ١٢ س

وبوضع ٢ د (س) = ٠ هـ س = ١٢ س - ١٢ س

١٢ س = (س - ١) هـ س

١٢ س = ٠ هـ س = ١

١٢ س = ١ هـ س = ١

١٢ د (١) = ٠ هـ س = ١

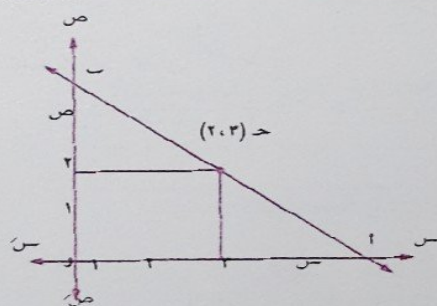
١٦ د (٢) = ٧ هـ س = ١

١٦ القيمة العظمى المطلقة = ١٦ ، والقيمة الصغرى

المطلقة = ١ -

٥

٦



من تشابه المثلثات : $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ هـ س = ٢

مساحة Δ ١٢

$$٣ = \frac{١}{٢} (س + ٢) (س + ٢)$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} (س + ٢) (س + ٢) = ٦ + س + ٩ س$$

$$\therefore ١ - ٩ س = ٢ \therefore ١٨ س = ٣$$

$$\therefore ١ - \frac{٩}{٣} = ٠ \text{ بوضع } ٣ = ٩ \text{ منها } ٣ = ٢$$

$$\therefore ٣ = ٩ \text{ منها } ٣ = ٢$$

$$\therefore ٣ = ٩ \text{ منها } ٣ = ٢$$

$$\therefore \text{ أقل مساحة : } ٣ = ٩ + ٢ + ٦ = ١٢ \text{ وحدة مربعة.}$$

٧

٨

لإيجاد نقط التقاطع

نضع س = ٥ هـ س

١٠ س = ٥ هـ س

١٠ س = (س - ٥) هـ س

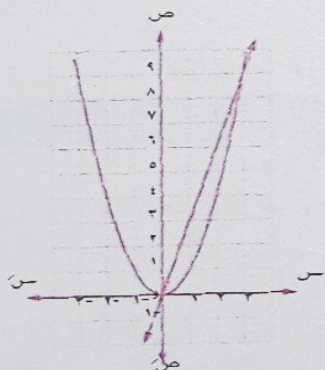
١٠ س = ٥ هـ س

١٠ س = ٥ هـ س

$$\frac{١٢٥}{٣} - \frac{١٢٥}{٣} = \left[\frac{١}{٣} س - \frac{٢}{٣} س \right] =$$

$$\frac{١٢٥}{٣} = \text{وحدة مساحة.}$$

٩



لإيجاد نقط التقاطع نضع س = ٢ هـ س

$$\therefore ٢ س - ٢ س = ٢ هـ س \therefore ٢ س = (س - ٢) هـ س$$

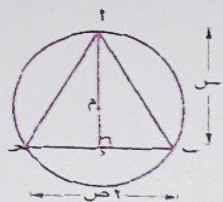
$$\therefore ٢ س = ٢ هـ س = ٢$$

$$\therefore \text{ الحجم } = \pi \left[(٢ س) - (٢ س) \right] \pi$$

$$\pi = \pi \left[(٢ س) - (٢ س) \right] \pi$$

$$\pi = \pi \left[(٢ س) - (٢ س) \right] \pi$$

$$\pi = \pi \left[(٢ س) - (٢ س) \right] \pi$$



بفرض أن المثلث المرسوم

داخل الدائرة أ-ح

، ح-ر = ٢ ص سم

، هـ (الارتفاع) = ص سم

حيث ص، ٢ ص، ٢٤، [٢٤، ٢٤]

∴ مساحة سطح المثلث م = $\left(\frac{1}{2} \times (٢ ص) \times (٢ ص)\right) = ٢ ص^٢$

من هندسة المثلث م-و: ص = $\sqrt{(١٢-ص)^2 - ١٤٤}$

∴ ص = $\sqrt{٢٤-٢ ص}$ ∴ م = $\sqrt{٢٤-٢ ص}$

م = $\sqrt{٢٤-٢ ص} \times \sqrt{٢٤-٢ ص} = ٢٤ - ٢ ص$

$\frac{٢٤ - ٢ ص}{٢٤ - ٢ ص} = \frac{٢٤ - ٢ ص}{٢٤ - ٢ ص}$

بوضع: م =

∴ ص = ٠ (مرفوض)

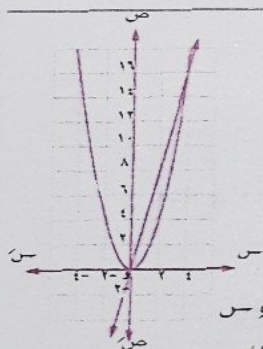
أ، ص = ١٨

∴ إشارة م تتغير على جانبي ص = ١٨

∴ مساحة المثلث تكون أكبر ما يمكن

∴ أكبر مساحة هي [م] = ١٨ = $\sqrt{٣} \times ١٠.٨$ سم^٢

→ ٢



بحل المعادلتين:

∴ ص = ٤ س

∴ ص = ٤ - س

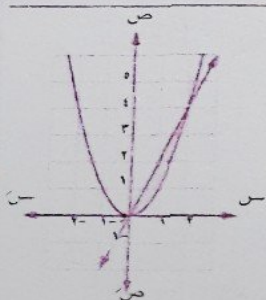
∴ ص = (٤ - س)

∴ ص = ٤، ص = ٠

∴ المساحة = $\frac{1}{2} (٤ - س) س$

$\left[٢ س - \frac{١}{٢} س^٢\right] =$

$\frac{٢٢}{٣} =$ وحدة مربعة.



بحل المعادلتين ص = ٢

∴ ص = ٢ - س

ومن هنا ص = (٢ - س)

ص = ٢، ص = ٠

$$\left[\frac{س}{١+س} \right] = \frac{١-١+س}{١+س} س$$

$$= \left[\frac{١}{١+س} - ١ \right] س$$

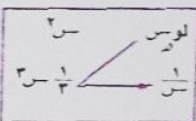
$$= س - \frac{س}{١+س} = \frac{س(١+س) - س}{١+س}$$

$$\left[\frac{س}{١+س} \right] = \frac{س}{١+س}$$

$$= \frac{١}{١+س} س$$

$$= \frac{١}{١+س} س$$

$$= \frac{١}{١+س} س$$



١٢

١٢

١١

١٤

∴ ص = ٢ م = ٢

عند ص = ١، ص = ٢ م = ٢

∴ ص = ٢ م = ٢

ميل العمودي = $\frac{٢}{٣}$

∴ معادلة العمودي هي $(ص - \frac{٢}{٣}) = \frac{٢}{٣} (س - ١)$

أي أن: ص = $\frac{٢}{٣} س - \frac{٢}{٣}$

١٢

١٥

١٧

$$١ = \frac{١-س}{١+س} \times \frac{١+س}{١-س} = ١$$

$$١ = \frac{١-س}{١+س} \times \frac{١+س}{١-س}$$

$$٢ = ٢ - س$$

$$١ = س$$

$$٢ = (١-س) ٢$$

١٨

$$\pi م = \pi \text{ نق} \quad \therefore \pi م = \frac{\pi ٢}{٢٠}$$

بعد ٥ ثواني: نق = $٥ \times ٤ = ٢٠$ سم

$$\therefore \pi م = \frac{\pi ٢}{٢٠} = \frac{٤ \times ٢٠ \times \pi ٢}{٢٠} = \pi م$$

دور ثان ٢٠١٧

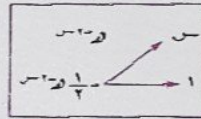
٢

١٩

الحجم $\pi = [(2س)^2 - (س)^2] \pi$
 $\pi = [(4س^2 - س^2)] \pi$
 $\pi = [\frac{4}{3}س^3 - \frac{1}{3}س^3] \pi$
 $\pi = [\frac{3س^3}{3}] \pi$
 $\pi = س^3 \pi$ وحدة مكعبة.

٦

١) $\left[\frac{س}{1+س^2} \right] \frac{1}{6} = س \left[\frac{س^6}{1+س^2} \right] \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} = س \left[\frac{س^6}{1+س^2} \right] \frac{1}{6}$



ب) $\left[\frac{س}{1+س^2} \right] س = س \left[\frac{س^3}{1+س^2} \right]$
 $= س \left[\frac{س^3}{1+س^2} \right]$

$\frac{1}{6} = س \left[\frac{س^3}{1+س^2} \right] \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} = س \left[\frac{س^3}{1+س^2} \right] \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} = س \left[\frac{س^3}{1+س^2} \right] \frac{1}{6}$

٨

٢

٩

ص = س ما س (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)
 $\therefore \frac{ص}{س} = س ما س + ما س$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\frac{ص}{س} = س ما س + ما س$

$\frac{ص}{س} = س ما س + ما س$ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)

$\frac{ص}{س} = س ما س + ما س$ (بالمضرب $\times س$)

$\frac{ص}{س} = س ما س + ما س$

$\frac{ص}{س} = س ما س + ما س$

$\therefore \frac{ص}{س} = س ما س + ما س$ (وهو المطلوب)

١٠

بفرض أن طول المستطيل وعرضه بعد مرور زمن (٥) ث :

الطول = ٢٤ - ٢هـ ، العرض = ١٠ + ١.٥هـ

\therefore المساحة = (٢٤ - ٢هـ) (١٠ + ١.٥هـ)

$\therefore م = ٢٤٠ - ١٦هـ - ٢هـ$

$\therefore \frac{م}{هـ} = ١٦ - ٦هـ$

\therefore بعد ٤ ث : $\frac{م}{هـ} = ١٦ - ٦هـ = ٨٠$ سم/ث

توقف المساحة عن الزيادة عندما $\frac{م}{هـ} = ٨٠$

$\therefore هـ = \frac{١٦}{٨٠} = \frac{٢}{١٠}$ ث

١٢

١٢

١١

١٤

$\therefore ص = (س + ٥)س$ بأخذ لوغاريتم كل من الطرفين
 $\therefore لو س = س لو (س + ٥)$

$\frac{١}{ص} = \frac{س}{(س + ٥)س}$

$\therefore \frac{١}{ص} = \frac{س}{(س + ٥)س}$

١٧

١٦

١٥

١٨

١) د (س) = $س^2 - ٣س - ٩$

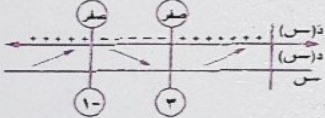
د (س) = $س^2 - ٦س - ٩$

نفرض أن : د (س) = ٠

$\therefore س^2 - ٦س - ٩ = ٠$

$٣(س - ٣) = (١ + س)٠$

$\therefore س = ٣ ، س = -١$



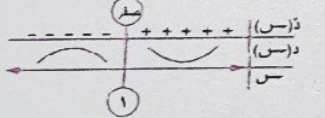
قيمة صغرى محلية عند (س = ٣) = -١٠

قيمة عظمى محلية عند (س = -١) = ٠

د (س) = $س^2 - ٦س - ٩$

نفرض أن : د (س) = ٠

$\therefore س^2 - ٦س - ٩ = ٠$



\therefore توجد نقطة انقلاب عند (س = ١) هي (١, -١٠)

ب) د (س) = $١٠ - س$

د (س) = $١٠ - س$

$١٠ - س = ٠$

بفرض أن : د (س) = ٠

س	صفر	١	٤
د (س)	صفر	$\frac{١٠}{هـ}$	$\frac{٤٠}{هـ}$

* القيمة العظمى المطلقة = $\frac{١٠}{هـ} = ٣.٦٨$

* القيمة الصغرى المطلقة = صفر

٢ ج

١ ب

٢

١) $\{س^2(1+س^2)س\}$

بوضع $ع = س^2 + 1$

$\therefore ع = س^2 + 1 \Rightarrow س = \sqrt{ع-1}$

$\therefore \{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

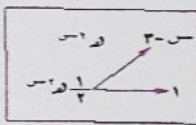
$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$

$\{س^2(1+س^2)س\} =$



٥ ب

٤ ا

٦

١) د (س) = $س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

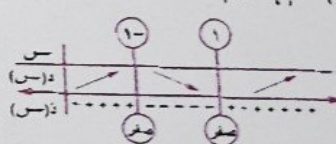
$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$

$\therefore د (س) = س^2 - 2س - 2$



\therefore للدالة قيمة عظمى محلية عند $س = 1$

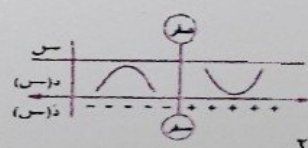
\therefore د (١-) = صفر

\therefore للدالة قيمة صغرى محلية عند $س = 1$

\therefore د (١) = ٤

\therefore بوضع $د (س) = ٠$

\therefore بوضع $د (س) = ٠$



\therefore د (٠) = ٢

\therefore يوجد نقطة انقلاب عند (٠, ٢)

٢) د (س) = $س(س^2 - 12) = س^3 - 12س$

$\therefore د (س) = س^3 - 12س$

$\therefore د (س) = س^3 - 12س$

$\therefore د (س) = س^3 - 12س$

$\therefore د (س) = س^3 - 12س$

\therefore د (١-) = ١١، د (٢) = ١٦، د (٤) = ١٦

\therefore للدالة قيمة عظمى مطلقة = ١٦ وتبلغها عند $س = ٤$

ولها قيمة صغرى مطلقة = ١٦- وتبلغها عند $س = ٢$

٨ ب

٧ ا

٩

\therefore $\theta = \frac{س}{\theta}$

\therefore $\theta = \frac{س}{\theta}$

\therefore $\theta = \frac{س}{\theta}$

\therefore $\theta = \frac{س}{\theta}$

\therefore ميل المماس = ٢، ميل العمودي = $\frac{1}{٢}$

\therefore عند $\theta = \frac{\pi}{٢}$ فإن $\frac{س}{٢} = ص$

\therefore النقطة $(\frac{\sqrt{٢}}{٢}, \frac{\sqrt{٢}}{٢})$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

\therefore معادلة المماس: $٢ = \frac{س}{٢} - ص$

$$\frac{\Lambda}{\text{نق}} = \text{ل} \therefore \therefore \text{مساحة القطاع} = \frac{1}{4} \text{ل نق} = 4$$

بفرض أن محيط القطاع (ع)

$$\therefore \text{ع} = 2 \text{نق} + \text{ل} = 2 \text{نق} + \frac{\Lambda}{\text{نق}} = 2 \text{نق} + 8 \text{نق}^{-1}$$

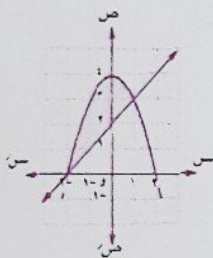
$$\therefore \text{ع} = 2 - 8 \text{نق}^{-1}, \text{ع} = 16 \text{نق}^{-2}$$

بوضع ع = صفر $\therefore \text{نق} = \pm 2$ (السالب مرفوض)

$$\therefore \text{ع} = (2) \therefore \text{ع لها قيمة صغرى عند نق} = 2$$

$$\text{ل} = \frac{\Lambda}{\text{نق}} = \frac{\Lambda}{2} = 4$$

$$\theta = \frac{\Lambda}{\text{نق}} = \frac{4}{2} = 2$$



$$\text{ص} = 4 - \text{س}^2$$

$$\text{ص} = \text{س} + 2$$

بحل المعادلتين :

$$\therefore \text{س} = 1, \text{س} = 2$$

$$\therefore \text{المساحة} = \frac{1}{2} [(4 - \text{س}^2) - (\text{س} + 2)] \text{س}$$

$$= \frac{1}{2} [\text{س} - \text{س}^3 - 2\text{س} - 2\text{س}]$$

$$= \frac{1}{2} [\text{س} - \frac{1}{4}\text{س}^3 - 4\text{س}]$$

$$= \frac{9}{4} \text{ وحدة مربعة.}$$

دور ثان ٢٠١٨

٢ ج

١ ا

٢ ج

$$\text{١} \text{ ع} (\text{ن}) = 20 = \left(\frac{\text{ن}}{12} - \text{لوم} \left(\frac{\text{ن}}{12} \right) \right) 20$$

$$\therefore \text{ع} (\text{ن}) = 20 = \left[\frac{1}{12} \times \frac{12}{\text{ن}} - \frac{1}{12} \right] 20$$

$$20 = \left[\frac{12 - \text{ن}}{\text{ن} \cdot 12} \right] 20$$

$$\therefore \text{ع} (\text{ن}) = \text{صفر}$$

عندما ن = ١٢ يوم

\therefore عدد البكتريا يكون أقل ما يمكن بعد ١٢ يوم.

ب) أقل عدد من البكتريا

$$20 = \left(\frac{12}{\text{ن}} - \text{لوم} \left(\frac{12}{\text{ن}} \right) \right) 20 = 20 = 50 \text{ لكل سم}^2$$

$$\therefore \text{مناس} = \frac{\text{ص}^2}{\text{س}^2} + \frac{\text{ص}}{\text{س}} - \text{مناس} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} - \text{مناس} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} =$$

(بالقسمة على مناس)

$$\therefore \frac{\text{ص}^2}{\text{س}^2} - \left(\frac{\text{ص}}{\text{س}} \right) \text{طاص} = 4 \text{ مناس} - \text{ص} \text{فاص}$$

١٢ ب

١١ ب

١٢

ص = ١ - س بالاشتقاق بالنسبة إلى س

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 1 - \text{س} \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 1 - \text{س}$$

$$\text{بالضرب} \times \frac{1}{\text{ص}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ص}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \times (1 - \text{س})$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ص}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times (1 - \text{س})$$

$$\therefore \frac{1}{\text{ص}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times (1 - \text{س})$$

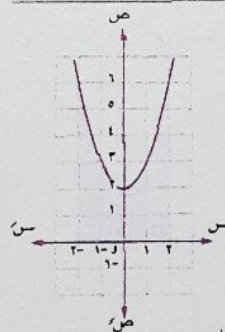
حل آخر :

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين

$$\text{لوم ص} = \text{لوم} (1 - \text{س})$$

باشتقاق الطرفين بالنسبة إلى س

$$\therefore \frac{1}{\text{ص}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times (-1)$$



١٤

$$\text{الحجم} = \pi \int_0^2 \text{ص}^2 \text{دس}$$

$$= \pi \int_0^2 (\text{س}^2 + 2\text{س} + 1) \text{دس}$$

$$= \pi \left[\frac{\text{س}^3}{3} + \text{س}^2 + \text{س} \right]_0^2$$

$$= \pi \left[\frac{8}{3} + 4 + 2 \right] = \frac{20\pi}{3}$$

$$= \frac{20\pi}{3} \text{ وحدة حجوم}$$

١٦ ج

١٥ ب

١٧

نفرض أن طول نصف قطر دائرة القطاع = نق

، طول القوس = ل

٤

$$ص_1 = ص_2$$

$$ص_1 = 2 - ص_2$$

لايجاد نقط التقاطع :

$$ص_1^2 = 2 - ص_2$$

$$ص_1^2 = 2 - ص_2 = 2 - (2 - ص_1^2) = 0$$

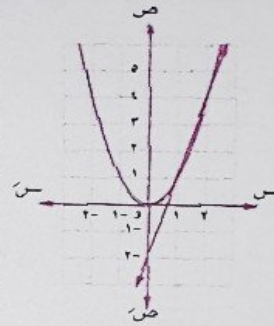
$$ص_1 = 1 \text{ ، } ص_2 = 2$$

$$\therefore \text{الحجم} = \pi \left[(ص_1^2 - ص_2^2) - (ص_1^2 - ص_2^2) \right]$$

$$\pi = \pi \left[(2 - 1) - (2 - 1) \right]$$

$$\pi = \pi \left[\frac{1}{2} - \frac{(2 - 1)}{2 \times 2} \right]$$

$$= \frac{4}{3} \pi \text{ وحدة حجوم}$$



\therefore للدالة قيمة صغرى محلية عند $ص = 1$

$$د(1) = 1$$

، للدالة قيمة عظمى محلية عند $ص = 0$ ، $د(0) = 0$

، للدالة قيمة صغرى محلية عند $ص = 1$ ، $د(1) = 1$

$$\textcircled{ب} \text{ د(ص)} = \frac{ص^2 - 2ص + 2}{ص^2 + 1}$$

$$\therefore \text{د'(ص)} = \frac{ص^2 - 2ص + 2 - (ص^2 + 1) \times 2}{(ص^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{ص^2 - 2ص + 2 - 2ص^2 - 2}{(ص^2 + 1)^2}$$

$$\text{د'(ص)} = 0 \text{ عند } ص = 1 \text{ ، } [2, 1]$$

$$1 = ص = 1 \text{ ، } [2, 1]$$

$$\therefore د(1) = 1 \text{ ، } د(2) = 2 \text{ ، } د(0) = 0$$

\therefore للدالة قيمة عظمى مطلقة 2

، ولها قيمة صغرى مطلقة 0

١٢

١١

$$ص = 3 + قاس \therefore \frac{قاس}{ص} = قاس$$

$$\therefore \frac{قاس}{ص} = \frac{\pi^2}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{ميل المماس} = 2\sqrt{2} \text{ ، ميل العمودي} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{عند } ص = \frac{\pi^2}{3} \text{ ، } ص = 1$$

$$\therefore \text{النقطة} \left(1, \frac{\pi^2}{3} \right)$$

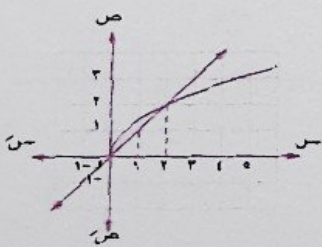
$$\therefore \text{معادلة المماس} : \frac{ص - 1}{\frac{\pi^2}{3} - 1} = \frac{قاس - \frac{\pi^2}{3}}{2\sqrt{2} - \frac{\pi^2}{3}}$$

$$\text{أى أن : } 2\sqrt{2} - ص - \frac{قاس}{2\sqrt{2}} = 1 + \pi \frac{قاس}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{معادلة العمودي} : \frac{ص - 1}{\frac{\pi^2}{3} - 1} = \frac{قاس - \frac{\pi^2}{3}}{2\sqrt{2} - \frac{\pi^2}{3}}$$

$$\text{أى أن : } ص + 2\sqrt{2} - \frac{قاس}{2\sqrt{2}} = \pi \frac{قاس}{2\sqrt{2}}$$

١٤



$$ص_1 = 2\sqrt{2} \text{ ، } ص_2 = 3$$

٧

$$\textcircled{أ} \{ ص(ص + 2) - ع^2 \}$$

$$\text{بوضع } ع = ص + 2 \therefore ص = ع - 2$$

$$\therefore ع = ص + 2$$

$$\therefore \{ ص(ص + 2) - ع^2 \} = \{ (ع - 2)(ع - 2 + 2) - ع^2 \}$$

$$= \{ ع^2 - 2ع - ع^2 \} = -2ع$$

$$= -2(ع + 2) = -2ع - 4$$

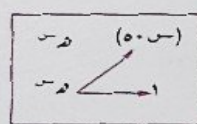
$$\textcircled{ب} \{ (ص + 2) - ع^2 \}$$

$$= (ص + 2) - ع^2$$

$$= (ص + 2) - ع^2$$

$$= (ص + 2) - ع^2$$

$$= (ص + 2) - ع^2$$



٩

٨

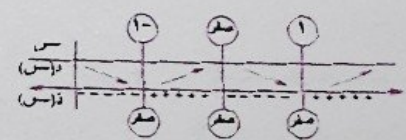
١٠

$$\textcircled{أ} \text{ د(ص)} = ص^2 - 2ص$$

$$\therefore \text{د'(ص)} = 2ص - 2 = 0$$

$$\therefore \text{د(ص)} = 0 \text{ عندما } ص = 1 \text{ ، } ص = 2$$

$$\therefore ص = 0 \text{ ، } ص = 1 \text{ ، } ص = 2$$



∴ د متصلة عند س = ٤

$$\therefore \lim_{s \rightarrow 4} (s - 4) = 0$$

$$= \lim_{s \rightarrow 4} (s - 4) + \lim_{s \rightarrow 4} (s - 4) = 0 + 0 = 0$$

$$= \lim_{s \rightarrow 4} (s - 4) + \lim_{s \rightarrow 4} (s - 4) = 0 + 0 = 0$$

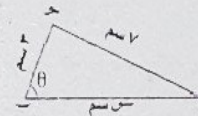
$$10 = ((8 - 6) - 6) + (0 - 8) =$$

دور ثان ٢٠١٩

٦

٢

٢



$$\therefore (1 - \cos \theta) = 2 + 2 + 2 = 6 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{3}$$

(١)

$$\therefore 49 = 9 + 6 - 6 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{3}$$

وبالاشتقاق بالنسبة لـ θ

$$0 = 2 - \frac{6}{\sin^2 \theta} \Rightarrow \sin^2 \theta = 3 \Rightarrow \sin \theta = \sqrt{3}$$

$$= 2 - \frac{6}{\sin^2 \theta} = 2 - \frac{6}{3} = 0 \Rightarrow \sin \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{عند } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ من معادلة (١)}$$

$$\therefore 49 = 9 + 6 - 6 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

٤

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \theta = \arccos(-\frac{1}{3})$$

٦

٥

٢

$$\text{ص} = \lim_{s \rightarrow 2} (2 - \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2}$$

$$\text{عند } s = 2, \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{فإن } \text{ص} = 0$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{فإن } \text{ص} = 0$$

$$\therefore \text{ميل المماس} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{معادلة المماس هي: } \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{منها } \text{ص} = \frac{\pi}{4}$$

٨

نفرض أن العدد هو س

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s} = \frac{2}{s}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{2}{s} \Rightarrow s = \frac{2}{\text{ص}}$$

$$\text{ص} = \frac{2}{s} \Rightarrow s = \frac{2}{\text{ص}}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{2}{s} \Rightarrow s = \frac{2}{\text{ص}}$$

$$\text{ص} = \frac{2}{s} \Rightarrow s = \frac{2}{\text{ص}}$$

$$\therefore \text{عند } s = \frac{1}{4} \text{ يكون المجموع أصغر ما يمكن}$$

١٠

٩

١١

$$\text{ميل المماس} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

∴ معادلة النحنى:

$$\text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

١٢

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$1. \quad \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } (س) \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } (س + 2) \text{ د } س$$

$$+ \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } (س - 2) \text{ د } س$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س + \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$+ \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س - \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$= \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \right) \right] \text{ د } س = 0$$

$$\frac{1}{2} = \left[\left(\frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \right) \right] \text{ د } س + \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$0.3 \approx \frac{3}{10} = (2 -) \text{ د } س$$

$$0.74 \approx \frac{74}{100} = (1 -) \text{ د } س$$

$$0.4 \approx \frac{4}{10} = (1) \text{ د } س$$

∴ للدالة قيمة عظمى مطلقة = 2 د وتبلغها

عند س = 1

الدالة قيمة صغرى مطلقة = $\frac{2}{3}$ د وتبلغها

عند س = $\frac{1}{3}$



18

$$(1) \quad \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س \times \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

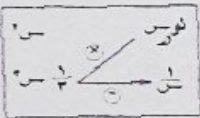
$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س - \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س - \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س + 2$$

$$(2) \quad \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$= \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$



19

$$(1) \quad \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$\text{∴ ص} = 2 + 2 = 4$$

$$\text{∴ ص} = 2 + 2 = 4$$

∴ المنحنى له نقطة انقلاب عند (1, 4)

$$\text{∴ ص} = 0 \text{ عند س} = 1$$

$$\text{∴ ص} = 2 + 2 = 4$$

∴ المنحنى يمر بالنقطة (1, 4)

$$\text{∴ ص} = 4 \text{ عند س} = 1$$

$$\text{∴ ص} = 2 + 2 = 4$$

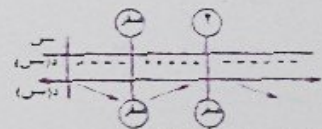
$$\text{من (1) ، (2) : } 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\text{∴ ص} = 2 + 2 = 4$$

$$\text{∴ ص} = 2 + 2 = 4$$

$$\text{بوضع ص} = 0 \text{ ∴ } 6 - س = (س - 2) = 0$$

$$\text{∴ ص} = 0 \text{ ∴ } 2 = 2$$



∴ للدالة قيمة صغرى محلية عند س = 3

$$0 = (3)$$

∴ للدالة قيمة عظمى محلية عند س = 2 ، د (2) = 4

$$(2) \quad \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س = \left[\frac{1}{2} \right] \text{ د } س$$

$$\text{∴ د } (س) = 2 + 2 = 4$$

$$2 = 2 + 2 = 4$$

$$\text{∴ د } (س) = 0 \text{ ∴ } 2 = 2 + 2 = 4$$

$$\text{∴ ص} = 1 + 1 = 2 \text{ ∴ } 1 \in [1, 2]$$

١ ب

٢ ج

٢

$$\frac{ص}{و} = \frac{س}{هـ} = \frac{س}{هـ} = \frac{ص}{و}$$

$$\therefore [س و س] = [هـ ص هـ]$$

$$\therefore \frac{1}{ص} س + ث = هـ - ص$$

∴ المنحنى يمر بالنقطة (١، ٠)

$$\therefore \frac{1}{ص} س + ث = ١ - ص$$

$$\therefore ث = ١ - \frac{2}{ص}$$

$$\therefore \text{معادلة المنحنى هي: } \frac{1}{ص} س - \frac{2}{ص} = هـ - ص$$

$$\therefore س + ٢ هـ - ص = ٢$$

٤

$$\left[\frac{\pi}{٢} \right] \frac{\pi}{٢} (ماس + مئاس) س$$

$$= \left[\frac{\pi}{٢} \right] (ماس س + مئاس س + ٢ ماس مئاس س) س$$

$$= \left[\frac{\pi}{٢} \right] (١ + ماس س) س = [س - \frac{1}{ص} مئاس س] \frac{\pi}{٢}$$

$$\pi = \left(\frac{1}{ص} + \frac{\pi}{٢} \right) - \left(\frac{1}{ص} + \frac{\pi}{٢} \right) =$$

٦ د

٥ ا

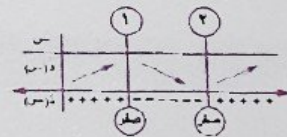
٧

$$\text{د (س) } ٢ = س - ٩ - ١٢ + س$$

$$\therefore \text{د (س) } ٦ = س - ١٨ + س + ١٢$$

$$\therefore \text{د (س) } ٠ = ٦ (س - ١) (س - ٢) = ٠$$

$$\therefore س = ١ \text{ ، } ٢$$



∴ الدالة متزايدة في كل من $[-\infty, 1)$ ، $(2, \infty]$

، متناقصة في $[1, 2]$

، الدالة لها قيمة عظمى محلية عند $س = ١$ ، $د = (١)$

، الدالة لها قيمة صغرى محلية عند $س = ٢$ ، $د = (٢)$

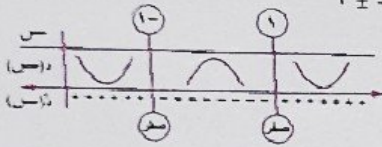
$$\text{ب د (س) } ٦ - س = ١٦ + س$$

$$\therefore \text{د (س) } ٤ = س - ١٢ + س$$

$$\therefore \text{د (س) } ١٢ = س - ١٢$$

$$\therefore \text{بوضع د (س) } ٠ = ١٢ (س - ١) = ٠$$

$$\therefore س = ١ \pm$$



المنحنى محدب لأسفل في $[-\infty, 1)$ ، $(١, \infty]$

ومحدب لأعلى في $[١, ٢]$

ونقطة الانقلاب $(١, ١)$ ، $(٢, -١)$

٩ د

٨ ب

١٠

$$\text{ا } (١ + س) \sqrt{٢ + س} س$$

$$\text{بوضع ع } \sqrt{٢ + س} = ع$$

$$\therefore س = ع^٢ - ٢ ، س = ٢ = ع س$$

$$\therefore (١ + س) \sqrt{٢ + س} س = (١ + ع^٢) ع$$

$$= (١ + ع^٢) (٢ + ع^٢) ع = ٢ ع + ع^٤$$

$$= ٢ ع + ع^٤ = ٢ ع + ع^٤ = ٢ ع + ع^٤$$

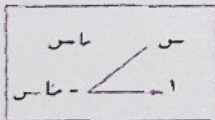
$$= ٢ ع + ع^٤ = ٢ ع + ع^٤ = ٢ ع + ع^٤$$

$$= ٢ ع + ع^٤ = ٢ ع + ع^٤ = ٢ ع + ع^٤$$

$$= \frac{2}{٧} (٢ + س) - \frac{٧}{٢} (٢ + س) + \frac{٨}{٥} (٢ + س) + \frac{1}{٣} (٢ + س) =$$

$$\text{ب } \{س ماس س - س مئاس + [مئاس س س]\}$$

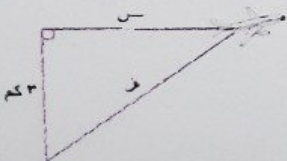
$$= - س مئاس + مئاس + ث$$



١٢ د

١١ ب

١٢



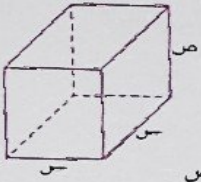
(١)

$$\frac{س}{د} = \frac{٤٨٠ \text{ كم/ساعة}}{٣}$$

$$س = ٢ (٢) + ف^٢$$

$$\therefore ٣ س = \frac{س}{د} = ٣ ف = \frac{س}{د}$$

١٨



نفرض أن طول ضلع القاعدة المربعة
= س سم

، الارتفاع = ص سم

، المساحة الكلية = $٢س^٢ + ٤سص$

$$\therefore ٢س^٢ + ٤سص = ١٥٠$$

$$\therefore ص = \frac{١٥٠ - ٢س^٢}{٤س}$$

∴ حجم المتوازي المستطيلات (ج) = $س^٢ص$

$$= \frac{س^٢(١٥٠ - ٢س^٢)}{٤س}$$

$$= \frac{٧٥}{٢}س - \frac{١}{٢}س^٣$$

$$\therefore \frac{٢}{٢}س - \frac{٧٥}{٢} = \frac{١}{٢}س^٣$$

$$\therefore \frac{٢}{٢}س - \frac{٧٥}{٢} = ٠ \quad \therefore \frac{٢}{٢}س = \frac{٧٥}{٢} \quad \therefore س = ٠$$

عندما $س = ٠$ فإن $\frac{٢}{٢}س > ٠$

∴ الحجم أكبر ما يمكن

$$\text{أكبر حجم (ج)} = (٠) \times \frac{١}{٢} - ٠ \times \frac{٧٥}{٢} = ١٢٥ \text{ سم}^٣$$

دور ثان ٢٠٢٠

٨

٢ د

١ ب

٢

$$٨ = س^٢ + ص^٢ \quad (١)$$

$$\therefore ٢س + ٢ص = \frac{٢}{س}ص + \frac{٢}{ص}س \quad \therefore \frac{٢}{س}ص - \frac{٢}{ص}س = ٠$$

، ميل المستقيم المعطى = ١ -

∴ ميل المستقيم المطلوب = ١

$$\therefore \frac{١}{ص} = \frac{س}{ص} \quad \therefore ص = س$$

ومن (١)

$$\therefore ٨ = (س - س) + س^٢ \quad \therefore س = ٢$$

$$\therefore س = ٢ \pm$$

∴ نقطتا التماس هما : $(٢, -٢)$ ، $(-٢, ٢)$

∴ معادلتا المماسين هما :

$$\text{أياه : } ص - س = ٤ \quad ١ = \frac{٢ + ص}{٢ - س}$$

$$\text{أياه : } ص - س = ٤ \quad ١ = \frac{٢ - ص}{٢ + س}$$

$$\text{وعنده } ٣٠ \text{ ثانية} = \frac{٣٠}{٦٠ \times ٦٠} = \frac{١}{١٢٠} \text{ ساعة}$$

$$\therefore س = \frac{١}{١٢٠} \times ٤٨٠ = ٤ \text{ كم} ، ف = ٥ \text{ كم}$$

ومن (١)

$$\therefore \frac{٤}{٥} \times ٥ = ٤٨٠ \times \frac{١}{١٢٠} \quad \therefore \frac{٤}{٥} = \frac{٢٨٤}{١٢٠} \text{ ساعة}$$

١٤

$$ص = ٤س^٢$$

$$\therefore \frac{٤}{س}ص = ٢س = ١ + س^٢ \quad \therefore ٢س = ١ + س^٢$$

$$\therefore \frac{٤}{س}ص = ٢س = \frac{٢}{س}ص + \frac{٢}{س}س = ٢ + \frac{٢}{س}ص$$

$$= (٢س) (٢س) = ٢س + ٢س = ٤س$$

$$= ٢س (١ + س^٢)$$

$$\therefore \frac{٢}{س}ص = ٢س = \frac{٢}{س}ص + (١ + س^٢) \quad \therefore ٢س = ١ + س^٢$$

$$= ٨س + (١ + س^٢) = ٨س + ١$$

$$= ٨س + ١٢س = ٢٠س$$

$$= ٤س (٢س + ٣)$$

حل آخر :

$$ص = ٢س^٢$$

$$\therefore \frac{٤}{س}ص = ٢س = ١ + س^٢ \quad \therefore ٢س = ١ + س^٢$$

$$= ٨س + (١ + س^٢) = ٨س + ١$$

$$\therefore \frac{٢}{س}ص = ٢س = \frac{٢}{س}ص + (١ + س^٢) \quad \therefore ٢س = ١ + س^٢$$

$$= ٨س + (١ + س^٢) = ٨س + ١$$

$$= ٨س + ١٢س = ٢٠س$$

١٦ د

١٦ ب

١٧

$$ص = س^٢ + ٢س - ٢$$

$$\text{ميل المماس} = \frac{٢}{س}ص = ٢س + ٢$$

$$\therefore \text{ميل المستقيم المعطى} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{ميل المستقيم المطلوب} = ٦$$

$$\therefore ٦ = ٢س + ٢ \quad \therefore س = ٢$$

$$\therefore \text{نقطتا التماس هما : } (٢, ١) ، (١, -٦)$$

∴ معادلتا المماسين هما :

$$\text{أياه : } ص - ٦س = ٤ \quad ٦ = \frac{٢ - ص}{١ - س}$$

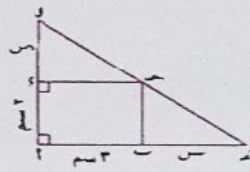
$$\text{أياه : } ص - ٦س = ٤ \quad ٦ = \frac{٦ + ص}{١ + س}$$

٤

 Δ (ب ه ح) - Δ (د ح و)

$$\therefore \frac{س}{٢} = \frac{٢}{ص} \quad س، ص < .$$

$$\therefore ص = \frac{٦}{س}$$

مساحة المثلث ه و (م) = $\frac{١}{٢} (س + ٢) (ص + ٢)$

$$\therefore م = \frac{١}{٢} (س + ٢) (س + ٦) = \frac{١}{٢} (س + ٦) (س + ٦)$$

$$\therefore \frac{٢٤}{س} - ١ = ٩ - س - ٢ \quad \text{بوضع } \frac{٢٤}{س} = ٠$$

$$\therefore س = ٩ \quad \therefore س = ٢$$

$$\frac{٢٤}{س} = ١٨ - س$$

$$\text{عند } س = ٢ = \left(\frac{٢٤}{س} \right) < \text{قيمة صغرى}$$

$$\therefore \text{أصغر مساحة للمثلث} = ٦ + ٢ + \frac{٩}{٢} = ١٢ \text{ سم}^٢$$

٦

٥

٧

$$\frac{ص}{س} = \frac{١ + س}{س}$$

$$\therefore [ص و ص] = \left(\frac{١ + س}{س} \right) و س$$

$$\therefore [ص و ص] = \left(١ + \frac{١}{س} \right) و س$$

$$\therefore \frac{١}{٢} ص = \text{لور } |س| + س + ١$$

المنحنى يمر بالنقطة (١، ٢)

$$\therefore ٢ = ١ + ٠ + ١ \quad \therefore ١ = ١$$

معادلة المنحنى هي:

$$\frac{١}{٢} ص = \text{لور } |س| + س + ١$$

$$\text{أي أنه: } ص = ٢ = \text{لور } |س| + س + ١$$

٨

$$\left[\pi + ٢ \text{ ما } س \right] و س$$

$$\pi \left[س + \frac{\pi}{٢} \text{ ما } ٢ س \right] =$$

$$= (\pi ٤) - (\pi ٤) = \pi ٨$$

١٠

٩

١١

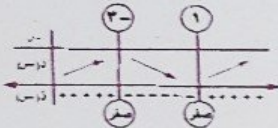
$$\text{د (س)} = س^٢ + ٢س - ٩ - س = ٧$$

$$\therefore \text{د (س)} = س^٢ + ٢س - ٦ - س = ٩ \quad \text{بوضع د (س)} = ٠$$

$$\therefore ٢ (س - ٢ + ٢س) = ٠$$

$$\therefore ٢ (س - ١) (س + ٢) = ٠$$

$$\therefore س = ١ \quad \text{أو} \quad س = -٢$$

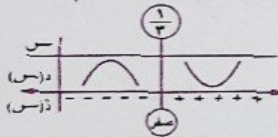
الدالة متزايدة في $[-\infty, -٢]$ ، $[١, \infty]$ ومتناقصة في $[-٢, ١]$ للدالة قيمة عظمى محلية عند $س = -٢$ ، $د(-٢) = ٢٠$ قيمة صغرى محلية عند $س = ١$ ، $د(١) = ١٢$

$$\text{ب (س)} = س^٢ - س = ٠$$

$$\therefore \text{د (س)} = س^٢ - ٢س = ٠$$

$$\therefore \text{د (س)} = س^٢ - ٦س = ٠ \quad \text{بوضع د (س)} = ٠$$

$$\therefore ٦س - س = ٠ \quad \therefore س = \frac{١}{٦}$$

المنحنى محدب لأسفل في $\left[\frac{١}{٦}, \infty \right]$ محدب لأعلى في $[-\infty, \frac{١}{٦}]$ وله نقطة انقلاب عند $\left(\frac{١}{٦}, \frac{٢٧}{٢٧} \right)$

١٢

ب

١٤

$$\text{أ (س)} = س^٦ (٢ + س)$$

$$= [س^٦ (٢ + س) (٢ - ٢ + س)] =$$

$$= [س^٦ (٢ + س) ٢] - [س^٦ (٢ + س) ٠] =$$

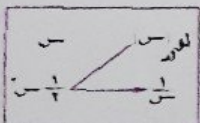
$$= \frac{١}{٨} (س + ٢) - \frac{٢}{٧} (س + ٢) + ٠$$

$$\text{ب (س)} = \text{لور } |س| + س$$

$$= \frac{١}{٢} س^٢ \text{ لور } |س| + س$$

$$- \left[\frac{١}{٢} س + س \right] =$$

$$= \frac{١}{٢} س^٢ \text{ لور } |س| - \frac{١}{٢} س + ٠$$



ومن معادلة (١)

$$80 \times 80 + 30 \times 60 = \frac{5}{100} \times 100 \therefore$$

$$\therefore \frac{5}{100} = 82 \text{ كم/س}$$

١٨

$$\text{ص} = \text{ه}^2 + \text{س}^2 \text{ (بالاشتقاق بالنسبة إلى س)}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 2 \text{ ه}^2 + \text{س}^2$$

(بالاشتقاق مرة أخرى بالنسبة إلى س)

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 9 \text{ ه}^2 + \text{س}^2 \text{ ولكن } (2 \text{ ه}^2 = \text{ص} - \text{س}^2)$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = 9 + (\text{ص} - \text{س}^2)$$

١٦

١٥

١٧

$$\frac{\text{س}}{\text{ه}} = 30 \text{ كم/س}$$

$$\frac{\text{ه}}{\text{س}} = 80 \text{ كم/س}$$

$$\text{ف}^2 = \text{س}^2 + \text{ه}^2$$

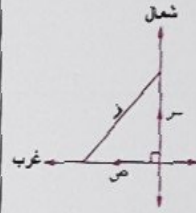
$$\therefore \text{ف}^2 = \frac{5}{100} \text{ س}^2 + \frac{5}{100} \text{ ه}^2$$

$$+ \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

بعد ساعة من تحرك السيارة الثانية :

$$\therefore \text{ص} = 80 \times 1 = 80 \text{ كم}$$

$$\text{س} = 30 \times 2 = 60 \text{ كم ومنها ف} = 100 \text{ كم}$$



(١)

١

الحل:

$$\text{بفرض ص} = \sqrt{s} + \frac{1}{\sqrt{s}}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{1}{\sqrt{s}^2} = 0 \quad \text{بوضع ص} = 0$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{s}} = \frac{1}{\sqrt{s}^2} \quad \therefore \text{ص}^2 = 2 = \sqrt{s}$$

$$\therefore \sqrt{s} (\sqrt{s} - 2) = 0$$

$$\therefore \text{ص} = \text{صفر (مرفوض)}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{2}{\sqrt{s}} \quad \therefore \text{ص} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \text{(موجبة)}$$

$$\therefore \text{عند ص} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ توجد قيمة صغرى للمقدار } \sqrt{s} + \frac{1}{\sqrt{s}} \text{ وتساوى } \frac{3}{\sqrt{2}}$$

٢

الحل:

$$\left| \frac{s}{1+s} \right| = \left| \frac{s}{1+s^2} \right|$$

$$= |s(1-s)| = |s(1-s^2)|$$

$$= |(1-s)(1+s)| = |(1-s)(1+s^2)|$$

$$= |(1-s)(1+s)| = |(1-s)(1+s^2)|$$

$$= |(1-s)(1+s)| = |(1-s)(1+s^2)|$$

$$= |1-s| = |1-s^2|$$

$$= |1-s| = |1-s^2|$$

٣

الحل:

$$\therefore \text{د (ص)} = \text{ص} + \frac{1}{\sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s}^2}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = \text{ص} + \frac{1}{\sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s}^2}$$

$$\therefore \text{بوضع د (ص)} = 0 \quad \therefore \text{ص} + \frac{1}{\sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s}^2} = 0$$

$$\therefore \text{ص} + \frac{1}{\sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s}^2} = 0$$

$$\therefore \text{ص} + \frac{1}{\sqrt{s}} + \frac{1}{\sqrt{s}^2} = 0$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{1}{\sqrt{s}} \text{ ومنها } \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{ص} = 1$$

$$\therefore \text{ص} = \pi \text{ (مرفوض)}$$

$$\therefore \text{عند ص} = \frac{\pi}{3} \text{ الدالة لها قيمة عظمى محلية.}$$

٤

الحل:

$$\therefore \text{د (ص)} = \sqrt{s^2 + 9}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = \frac{s^2}{\sqrt{s^2 + 9}} = \frac{s^2}{\sqrt{s^2 + 9}}$$

$$\therefore \text{بوضع د (ص)} = \text{صفر} \quad \therefore \text{ص} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ د} = 3, \text{ د} = -3, \text{ د} = 2, \text{ د} = -2$$

$$\therefore \text{القيمة الصغرى المطلقة هي 2}$$

٥

الحل:

$$\therefore \text{د (ص)} = \text{ص} + \sqrt{s}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = \text{ص} + \sqrt{s}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = \text{ص} + \sqrt{s}$$

$$\therefore (0, 1) \text{ هي نقطة انقلاب لمنحنى الدالة د}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = 1, \text{ صفر} \quad \therefore \text{ص} + \sqrt{s} = 1$$

$$\therefore \text{ص} = 2, \text{ د} = 3$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ د} = 1$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ د} = 1$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ د} = 1$$

$$\therefore \text{ص} = 0, \text{ د} = 1$$

٦

الحل:

$$\therefore \text{ص} = \text{لورم طا} \quad \therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{الإحداثي السيني لنقطة التماس} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{د (ص)} = \left(\frac{\pi}{4} \right) = \text{لورم طا} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{نقطة التماس} = \left(0, \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \text{ميل العمودي} = -\frac{1}{\sqrt{s}}$$

$$\therefore \text{معادلة العمودي هي } \frac{ص - صفر}{\pi - \pi} = \frac{ص - صفر}{\pi - \pi}$$

$$\text{أي أنه: } \pi = \pi + \pi + \pi$$

٢٢

الحل:

$$\therefore \text{الدالة زوجية، } \therefore \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = 22$$

$$\therefore \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = 4$$

$$\therefore \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = 2$$

$$\therefore \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = 2$$

$$\therefore \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) د (س) } = 2 - 2$$

٢٣

الحل:

$$\therefore \text{د (س) } = \text{س}^2 - 2\text{س} - 4 \text{ تناقصية}$$

$$\therefore \text{د (س) } = \text{س}^2 - 2\text{س} - 4 > 0$$

$$\therefore \text{س}^2 - 2\text{س} - 4 > 0$$

$$\therefore \text{س}^2 - 2\text{س} - 4 > 0$$

٢٤

الحل:

$$\left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) } = \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) } = 2$$

$$2\text{س} - 2\text{س} - 4 = 0$$

٢٥

الحل:

$$\therefore \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta}$$

$$\therefore \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta}$$

$$\therefore \theta = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta}$$

المماس يوازي محور الصادات.

٢٦

الحل:

$$\therefore \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta}$$

$$\therefore \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta}$$

$$\therefore \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta} = \frac{\text{س}}{\theta}$$

$$\therefore \text{د (١) } = 200$$

$$\therefore \text{ع } = 200 + 100$$

$$\therefore \text{د (٢) } = \frac{200}{2}$$

$$\therefore \text{د (٣) } = \frac{200}{2}$$

$$\therefore \text{د (٤) } = \frac{200}{2}$$

$$\therefore \text{ع } = 100 + 100$$

عند س = 2

$$\therefore \text{د (٥) } = 100 + 200 = 300$$

$$\therefore \text{د (٦) } = 100 + 200 = 300$$

٢٧

الحل:

$$\text{ص} = 2\sqrt{\text{قاس} + \text{طاس}}$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{2\sqrt{\text{قاس} + \text{طاس}}}{\text{س}} = \frac{2\sqrt{\text{قاس} + \text{طاس}}}{\text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{2\sqrt{\text{قاس} + \text{طاس}}}{\text{س}} = \frac{2\sqrt{\text{قاس} + \text{طاس}}}{\text{س}}$$

٢٨

الحل:

$$\left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) } = \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) } = 2$$

$$\left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) } = \left[\begin{matrix} \pi \\ \pi \end{matrix} \right] \text{ د (س) } = 2$$

$$\text{لوم اس ا + ث}$$

٢٩

الحل:

بفرض طول ضلع الشكل السداسي = ل سم

$$\therefore \text{طول ضلع المثلث المثلث} = \frac{\text{ل}}{3}$$

$$\therefore \text{مساحة الجزء المثلث (م) } = \frac{1}{2} \times \frac{\text{ل}}{3} \times \frac{\text{ل}}{3}$$

$$\therefore \frac{\text{ل}}{3} = \frac{\text{ل}}{3}$$

$$\therefore \frac{\text{ل}}{3} = \frac{\text{ل}}{3}$$

$$\text{عند ل = ٤ سم، } \frac{\text{ل}}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{\text{ل}}{3} = \frac{4}{3}$$

١٥ ج

الحل:

$$\begin{aligned} \text{بفرض أن } ع = \frac{1}{ص} = (س + 1)^2, \text{ لك } = س^2 \\ \therefore \frac{1}{س} + 1 = \frac{(س + 1)^2}{س} = \frac{س^2 + 2س + 1}{س} = \frac{س^2}{س} + \frac{2س}{س} + \frac{1}{س} = \frac{س^2}{س} + 2 + \frac{1}{س} \\ \text{عند } س = 1, \therefore \frac{ع}{س} = 2 \end{aligned}$$

١٦ د

الحل:

$$\therefore د (س) < 0 \text{ لكل } س \neq 3$$

\therefore المنحنى محدب لأسفل لكل $س \neq 3$

\therefore د (3) غير معرفة

\therefore الشكل (د) يمكن أن يمثل منحنى الدالة د

١٧ ا

الحل:

$$\begin{aligned} \therefore ص = هـ - س^2 \quad \therefore ص = 3 - س^2 \\ \therefore 2ص = 6 - س^2 \quad \therefore م = 6 \end{aligned}$$

١٨ ب

الحل:

بوضع $س^2 = لك$ س

$$\therefore س^3 - لك س = 0$$

$$\therefore س (س - لك) = 0$$

$$\therefore س = 0, \text{ أ } س = لك$$

\therefore نقطة التقاطع هي $(0, 0), (لك, لك)$

$$\therefore لك (لك س - س^3) = \frac{9}{4} \quad \therefore \frac{9}{4} = س^4 - س^2$$

$$\therefore \frac{9}{4} = س^2 \left[\frac{1}{4} - س^2 \right] \quad \therefore \frac{9}{4} = س^2 \left[\frac{1}{4} - س^2 \right]$$

$$\therefore \frac{9}{4} = س^2 \left[\frac{1}{4} - س^2 \right] \quad \therefore \frac{9}{4} = س^2 \left[\frac{1}{4} - س^2 \right]$$

$$\therefore \frac{9}{4} = س^2 \left[\frac{1}{4} - س^2 \right] \quad \therefore \frac{9}{4} = س^2 \left[\frac{1}{4} - س^2 \right]$$

١٩ ب

الحل:

$$\left[(1 - س) - (2 - س) \right] س = \frac{12}{7}$$

$$\therefore \left[\frac{1}{7} - س \right] س = \frac{12}{7} \quad \therefore \left[\frac{1}{7} - س \right] س = \frac{12}{7}$$

$$\therefore \frac{12}{7} = 2 + 1 \cdot \frac{1}{7} - 1 \cdot \frac{2}{7} \quad \therefore \frac{12}{7} = 2 + 1 \cdot \frac{1}{7} - 1 \cdot \frac{2}{7}$$

$$\therefore 1 = 2 \quad \therefore \frac{1}{7} = 1 \cdot \frac{1}{7}$$

٢٠ ج

الحل:

$$\therefore س - ص = س$$

$$\therefore \text{لورم } (س - ص) = ص \text{ لورم } س$$

$$\therefore \text{لورم } س + \text{لورم } ص = ص \text{ لورم } س$$

$$\therefore \frac{1}{س} + \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} + \frac{1}{س} \text{ لورم } س$$

$$\text{عند } (1, 1)$$

$$\therefore 1 + ص = 1 + ص$$

$$\therefore ص = ص$$

٢١ ب

الحل:

$$\therefore س - \frac{ص}{س} = 2$$

$$\therefore س - \frac{ص}{س} = 2 + ص$$

$$\therefore \frac{س + ص}{س} = \frac{ص + 2}{س}$$

$$\therefore \left[\frac{س + ص}{س} \right] = \left[\frac{ص + 2}{س} \right]$$

$$\therefore \text{لورم } (ص + 2) = \text{لورم } (س + 2)$$

$$\text{عند } س = 1, \text{ أ } ص = -2 \quad \therefore \text{ث} = ص$$

$$\therefore \text{لورم } (ص + 2) = \text{لورم } (س + 2)$$

$$\text{أي أ هـ: } |ص + 2| = |س + 2|$$

٢٢ ج

الحل:

$$\therefore س - ص = 2 \quad \therefore س = \frac{2}{ص}$$

$$\therefore \pi \left[\left(\frac{2}{ص} \right)^2 - ص^2 \right] = 6\pi$$

$$\therefore \left[\frac{4}{ص^2} - ص^2 \right] = 6$$

$$\therefore \left[\frac{4}{ص^2} - ص^2 \right] = 6$$

$$\therefore 6 = 9 + \frac{9}{ص^2}$$

$$\therefore 2 = \frac{9}{ص^2} \quad \therefore 2 = \frac{9}{ص^2}$$

٢٢ د

الحل:

$$\frac{1-s}{s} = \frac{1-s}{s} \times \frac{1}{1-s} = \frac{1}{s(1-s)}$$

$$= \frac{1}{s} \times \frac{1}{1-s} = \frac{1}{s} + \frac{1}{1-s}$$

$$\therefore \frac{1}{s} = \frac{1}{s} + \frac{1}{1-s}$$

$$\therefore 1 = 1$$

٢٤ د

$$\{1, 2, 3, \dots, 68\}$$

$$\therefore \{1, 2, 3, \dots, 68\} = \{1, 2, 3, \dots, 68\}$$

$$\therefore 68 = \left[\frac{1}{2} \times 68 + \frac{1}{2} \times 68 \right]$$

$$\therefore 68 = 34 + 34$$

$$\therefore 68 = 34$$

$$\therefore 1 = 1$$

٢٥ د

∴ د (س) = صفر عند س = ٢ وتتغير اشارتها من الموجب

إلى السالب

∴ الدالة د لها قيمة عظمى محلية عند س = ٢

∴ الاختيار (ب) صحيح

∴ ميل المنحنى المرسوم سالب لكل س > ٢

∴ د (س) سالبة لكل س > ٢

∴ ميل المنحنى المرسوم موجب لكل س < ٢

∴ د (س) موجبة لكل س < ٢

∴ منحنى الدالة د محدب لأعلى في $[-\infty, 2]$ ،

محدب لأسفل في $[2, \infty)$

∴ الاختيار (ج) صحيح

∴ د (س) موجبة لكل س > ٢

∴ الدالة د تكون متزايدة لكل س > ٢

$$\therefore 2 < 3 \quad \therefore 2 < 3$$

∴ الاختيار (د) صحيح ، ∴ عند س = ٢

الدالة ليس لها مماس

∴ لا يوجد عندها نقطة انقلاب على الرغم من تغير تحدب

المنحنى حول س = ٢

∴ الاختيار (أ) خطأ

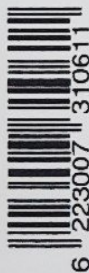
الآن بالمكتبات

التفاضل و التكامل الرياضيات البحتة

في **المحاضر**

- الجبر و الهندسة الفراغية
- الاستاتيكا
- الديناميكا
- اللغة الإنجليزية
- اللغة الفرنسية

المراجعة المستمرة
تُصرف مجاناً مع الكتاب



/ElMoasser.eg

مكتبة الطلبة

للطب و النشر و النوازم

٣ شارع كامل صدقي - القحالة

تلفون: ٢٥٩٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٢٢٥٩٤٤

e-mail: info@elmoasserbooks.com

www.elmoasserbooks.com

الخط الساخن ١٥٠١٤



Made by:

Abdullah, Nasser

Beni Suef secondary

دعوہ حلوہ منك تفرق

معایا کتیبیر